

Représenter et se représenter des situations dans l'espace

GEM 1er degré

Université Catholique de Louvain

Mots-clés : ligne de visée, perspective cavalière, fuyantes, orientation, projections orthogonales.

Le sous groupe 1er degré du GEM a conçu une séquence d'activités sur la géométrie dans l'espace, qui a été expérimentée en partie dans des classes de 2ème durant l'année scolaire 97-98. Cette séquence a été proposée aux participants du congrès de Floreffe en août 98.

L'objectif principal de ces activités est l'élaboration progressive de deux techniques de représentation plane : la perspective cavalière et les projections orthogonales coordonnées.

Dans un premier temps, pour favoriser le développement de l'intuition spatiale, il est souhaitable de proposer aux élèves du matériau concret, tangible.

1. Reconstituer un paysage

Les élèves reçoivent plusieurs développements présentés (à échelle réduite) à la Figure 1 et sont invités à construire les maisonnettes correspondantes. Ils disposent de deux photographies d'un bâtiment construit par assemblage de 5 maisonnettes et doivent reconstituer ce bâtiment ainsi que des éléments du décor (arbre, mare, boîte aux lettres) sur un support fourni (Fig. 2).

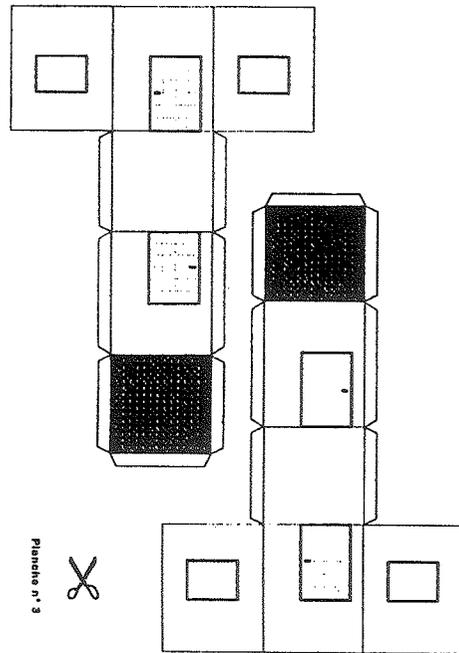


Fig. 1

Les élèves passent donc de représentations planes familières (photos) à une maquette. Les difficultés résident dans l'orientation de chaque maisonnette (remarquez le décentrage des portes) et dans le positionnement des éléments du décor. On achemine alors les élèves vers les concepts de lignes de visée et d'angle de visée : ils repèrent sur leur maquette les différentes positions à partir desquelles un personnage (matérialisé par un pion) pourrait voir un élément de décor à l'exclusion d'autres. Ils représentent ensuite ces zones sur des exemplaires du support.

2. Représenter un paysage

L'objectif de cette deuxième activité, basée sur un échange de messages, est de faire naître un mode de représentation plane facile à réaliser et facile à décrypter. Les élèves, répartis en groupe, sont invités à construire un nouveau bâtiment à l'aide de 5 maisonnettes sur un nouveau support (Fig. 3), et à réaliser les dessins nécessaires pour qu'un autre groupe puisse

construire un bâtiment identique. Comme le support est fixé, les variations ne résident que dans les orientations respectives des maisonnettes. On pourrait ouvrir davantage la situation en ne fournissant pas de support.

Les représentations esquissées par les élèves s'inspirent souvent de la technique de perspective cavalière et quelquefois de celle des projections orthogonales. L'échange entre les groupes favorise une prise de conscience de lacunes ou ambiguïtés dans les dessins.

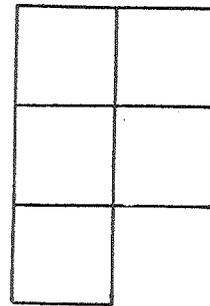


Fig. 2

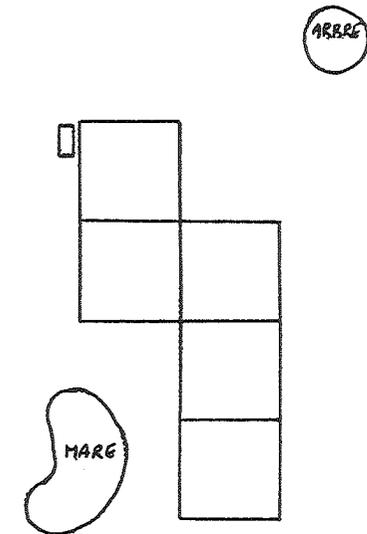


Fig. 3

On peut alors faire une petite synthèse à propos de la différence principale entre le fonctionnement de notre perception visuelle, dont se rapprochent celui des prises photographiques et la technique des représentations planes utilisées : dans le premier cas, le parallélisme n'est pas conservé, dans le second oui. On peut préciser la technique de représentation par perspective cavalière : pour représenter un cube, un dessinateur propose un dessin comme celui de la Figure 4.

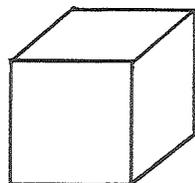


Fig. 4

Il représente

- les arêtes situées dans le plan vertical avant en respectant les longueurs et les angles formés entre elles,
- les arêtes perpendiculaires à ce plan vertical par des segments obliques parallèles entre eux, qui portent le nom de fuyantes.

Dans ce cas, le cube est représenté par 3 faces : l'une est représentée par un carré et les deux autres par des parallélogrammes. (Voici une bonne occasion de revoir les quadrilatères, dans un autre contexte).

3. Représenter une maisonnette en perspective cavalière

L'objectif de cette activité est

- de faire naître un questionnement sur la direction des fuyantes et la longueur de celles-ci,
- de faire prendre conscience de la conservation de la proportionnalité sur ces fuyantes.

On demande aux élèves de représenter deux fois une maisonnette en perspective cavalière, la première avec une porte de face, la seconde avec une fenêtre vue de face.

Lors de la synthèse, on peut confronter différentes représentations et aboutir à un consensus quant à la direction des fuyantes et à leur facteur de rétrécissement. Dans les classes, nous avons choisi 45° pour l'inclinaison des fuyantes par rapport à l'horizontale : ce choix facilite les dessins sur papier quadrillé (où on repère aisément les diagonales inclinées à 45°) mais il peut parfois amener des ambiguïtés dans la superposition de certains traits.

Pour la longueur des fuyantes, après avoir examiné différentes possibilités, nous avons choisi de représenter un cm de la réalité par 0,7 cm (plus précisément $\frac{1}{\sqrt{2}}$, c'est-à-dire la demi-diagonale d'un carré de côté 1). De cette manière, la représentation d'un cube est assez vraisemblable et facile à réaliser.

Une fois cette unité choisie, les élèves doivent donc tenir compte des dimensions des portes et des fenêtres de la maisonnette pour les transformer adéquatement sur les dessins des faces latérales. En réalité, les hauteurs ne sont pas modifiées; seules les largeurs doivent être adaptées proportionnellement à leurs mesures initiales. Les solutions sont présentées à la Figure 5.

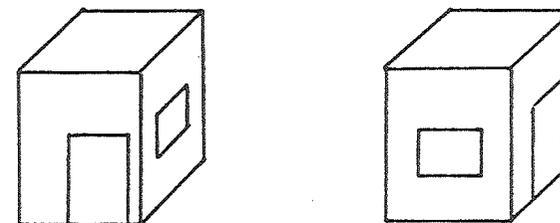


Fig. 5

4. Voir une boîte dans sa tête et la représenter

Ici, les élèves ne disposent plus de matériau concret. Ils reçoivent une représentation (Figure 6) et le message suivant :

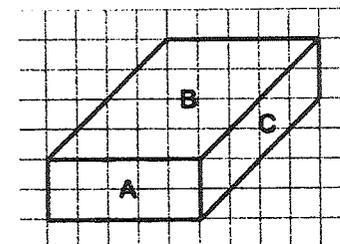


Fig. 6

“Voici une boîte de dimensions $4 \times 2,5 \times 1$ (en cm). Elle est dessinée suivant les conventions établies. De la même façon, dessinez d'autres représentations de cette boîte en prenant les rectangles B ou C comme vues de face, en vraie grandeur.” L'objectif est de provoquer un décryptage des conventions établies juste avant, suivi d'une nouvelle application de celles-ci.

Dans cette activité, intervient aussi la prise en compte de l'orientation intrinsèque de l'objet : les faces A , B et C sont disposées dans un certain ordre : autour du sommet commun à ces 3 faces, on passe successivement de A à B et de B à C en tournant dans le sens des aiguilles d'une montre. Il doit en être ainsi sur les autres représentations. Ceci suscitera la mise au point des conventions relatives aux arêtes cachées.

5. Projections orthogonales

D'autres activités ont été conçues pour les projections orthogonales : lecture de plans d'architecte, construction de projections orthogonales (dites coordonnées) d'un objet disponible; analyse de 3 projections orthogonales d'un objet non disponible pour y repérer des points, des arêtes, des faces.

Si vous êtes intéressés par cette séquence sur la géométrie dans l'espace, un fascicule, reprenant les fiches d'activité et les commentaires à leur sujet, est disponible au prix de 100 BEF augmenté des frais de port à l'adresse des auteurs :

GEM (sous groupe 1er degré)
Département de mathématiques
Chemin du Cyclotron 2
1348 Louvain-la-Neuve