Titre de l'activité

Grille d'observation

Merci d'avoir accepté de tester une activité du GEM dans votre classe. Voici quelques éléments que vous pourriez observer. Les informations que vous nous enverrez nous seront précieuses pour améliorer et commenter les productions finalisées à destination des enseignants.

1. Conditions dans lesquelles le test a été réalisé

Niveau de la classe : 6ème TQ + 7ème P

Nombre d'élèves : entre 3 et 9 élèves

Date(s) du test : 22/02-

Temps de classe consacré : 3 h

2. Consigne précise donnée aux élèves :

Enoncé : Dans « le devin », une aventure d'Astérix le Gaulois, un Gaulois se fait capturer par les Romains et tente de les convaincre qu'il n'est pas devin. Un centurion romain lui demande alors de choisir un nombre entre I et XII en lui montrant deux dés. Le faux devin répond « ben,..VII ». Le centurion lance deux dés et la somme des points qui apparaissent est VII. Le centurion est alors convaincu que l'homme est un devin et l'arrête.

Croyez-vous qu'il s'agissait du bon choix pour le Gaulois ? Avait-il plus de chances d'obtenir VII plutôt qu'une autre somme ?

Répondons à ces questions étape par étape :

<u>Etape 1 :</u>

Chacun lance 20 fois deux dés en observant la somme des points. *Notez vos résultats dans le tableau.*

Résultat	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Nombre de fois												

A partir de ce que vous avez observé, croyez-vous que le choix du devin ait été le bon ? Sinon qu'aurait-il du choisir ?

Etape 2 :

Recueillons ensuite les résultats de tous les élèves de la classe (en prenant uniquement les résultats possibles). Y a-t-il un résultat qui apparait plus souvent que les autres ? Y a-t-il un résultat qui apparait moins souvent que les autres ? « 7 » était-il un bon choix pour le faux devin ?

Résultat	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Elève 1											
Elève 2											
3											
…											
24											
25											

Etape 3 :

Si on globalise les observations de tous les élèves de la classe, quels sont les résultats qui apparaissent le plus souvent ? Le moins souvent ? Avez-vous une explication à donner ?

Résultat	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Classe											

Etape 4 :

Réalisez le graphique en bâtonnets qui correspond à votre classe.

Etape facultative :

Voici ci-dessous les résultats de toutes les classes ayant participé à l'expérience.

Résultat	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Classe											

Comment pourrions-nous comparer les résultats de votre classe à ceux de toutes les classes ?

Réalisez en le graphique en bâtonnets comparatif de votre classe avec toutes les autres classes.

A ce stade, que pouvez-vous dire sur la fréquence d'obtenir « 7 » ?

<u>Etape 5 :</u>

Approchons-nous de la probabilité des sommes des deux dés à l'aide d'une simulation.
Réaliser un programme sur scratch permettant de lancers un grand nombre de double dés.

Attention :

- Cette fois si vous devez créer deux variables dés (ex : *dés1* et *dés2*) et pour les conditions, vous devrez utiliser la variable *somme* qui vaudra la somme des deux dés.

Nombre de lancers :

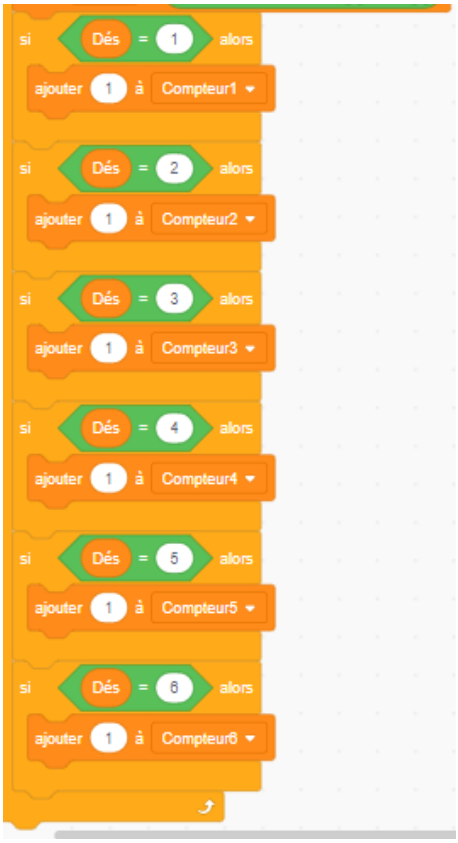
- Nombre de fois que j'ai obtenu 2:
- Nombre de fois que j'ai obtenu 3:
- Nombre de fois que j'ai obtenu 4:
- Nombre de fois que j'ai obtenu 5:
- Nombre de fois que j'ai obtenu 6:
- Nombre de fois que j'ai obtenu 7:
- Nombre de fois que j'ai obtenu 8:
- Nombre de fois que j'ai obtenu 9:
- Nombre de fois que j'ai obtenu 10:
- Nombre de fois que j'ai obtenu 11 :
- Nombre de fois que j'ai obtenu 12 :

- Fréquence d'obtenir 2 :
- Fréquence d'obtenir 3 :
- Fréquence d'obtenir 4 :
- Fréquence d'obtenir 5 :
- Fréquence d'obtenir 6 :
- Fréquence d'obtenir 7 :
- Fréquence d'obtenir 8 :
- Fréquence d'obtenir 9 :
- Fréquence d'obtenir 10 :
- Fréquence d'obtenir 11:
- Fréquence d'obtenir 12 :

<u>Conclusion :</u>
Déterminer la probabilité de chacune des sommes et donner une conclusion sur le choix du « devin ».

3. Remarques

Pour l'étape 5, les élèves avaient déjà réalisé un programme sur scratch permettant de lancers un certain nombres de fois 1 seul dé.



4. Difficultés rencontrées au cours de l'activité + Récits de paroles d'élèves, d'échanges, de discussions, …

Etape 1 : dans la plupart des groupes, les élèves ont constaté qu'il était impossible d'obtenir 1 en sommant deux dés.

A cette étape, il est intéressant de constater que dans 5 groupes sur 6, certains élèves n'avaient obtenu la somme 7 qu'une fois voir 0 fois. Ainsi à cette étape on ne pouvait pas dire si 7 était un si mauvais choix.

Un seul groupe à cette étape, a déjà proposé l'idée que 2 plus compliqué à avoir car une seule somme possibles (1+1) alors que 7 en à trois (5+2, 3+4, 6+1) et que donc 7 semble être un très mauvais choix.

Un élève me propose la probabilité suivante : « 1/7 d'avoir 7 à non 1/12 ».

Etape 2 /3: La plupart des groupes a observé une plus grande représentation des sommes situées au centre plutôt que celles aux extrémités. Voir Annexe (fichier excel + graphique).

Je leur ai demandé pourquoi et voici quelques-unes de leur hypothèse :

- « Il n'y a qu'une seule chance d'avoir 12 donc il est normal que l'on ait peu ».
- « Normal qu'il y ait moins de 2 car seulement 2 chances sur 12. »
- « Difficile avec un dé d'avoir 1 ou 6 alors qu'il est plus facile d'avoir 2, 3, 4 ou 5. »
- « Difficile d'avoir deux 6 ou deux 1 ».
- « 1/6 d'avoir une face donc 2/12 d'avoir deux fois les mêmes faces ».

Etape 4 : La construction du graphique se faisait par groupe classe. Je demandais aux élèves comment faire le graphique et je dessinais au tableau.

Certains ont suggéré de le faire sous forme de points reliés mais par après ils ont vu que dans l'énoncé, le graphique en bâtonnets était demandé. Je leur ai donc demandés pourquoi ce choix dans l'énoncé. Dans aucun groupe les élèves ont trouvé par eux-mêmes. J'ai donc réalisé un graphique à points reliés. A ce moment-là, je leur ai demandé à quelle somme correspondait la valeur entre x=2 et x=3. A ce moment-là dans la plupart des groupes, ils ont réalisé qu'il n'y avait pas de somme possibles entre 2 et 3.

Etape facultative :

L'idée d'exprimer les données de leur classe et de l'ensemble des classes en pourcentage n'est pas venue d'elle-même.

Un groupe m'a suggéré d'enlever leur résultat de l'ensemble de la classe pour comparer.

J'ai donc commencé à réaliser le graphique avec les données brutes pour les premières sommes et là ils se sont rendu compte qu'il était difficile de comparer car leurs effectifs étaient beaucoup plus petits. J'ai donc demandé comment nous pourrions faire et avec plusieurs

discussions et plusieurs exemples, l'idée des pourcentages (fréquences) est arrivée (un de groupe a réalisé le dessin à main levé, un autre sur Excel et les autres ont reçu les graphiques déjà fait) :

Les exemples que j'ai donnés pour les aider à être sur la bonne voie sont les suivants :

- Comment comparer la répartition des âges de l'école et l'ensemble de la Belgique.
- J'ai une classe qui a eu 10 réussites sur 30 élèves à l'examen de math et une autre qui a eu 10 réussites sur 20 élèves comment déterminer quelle classe est la meilleure ?

Une fois que le graphique a été fait (ou donner après discussion) :

- 6TQ2B : « notre groupe a eu plus de 7, 9 et 10 que l'ensemble des classes »

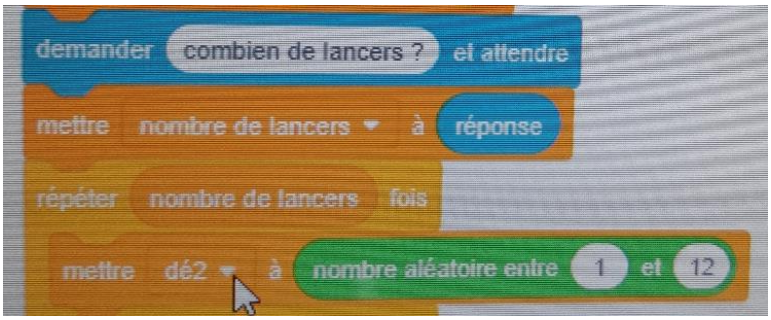
Le même genre de remarques a été fait dans les 5 groupes qui ont fait l'étape facultative. L'analyse des groupes se limitait donc souvent à ça alors que j'attendais que les élèves me disent que l'on observe une augmentation des fréquences en se rapprochant de la somme 6 puis d'une diminution de celle-ci pour les données de l'ensemble des groupes.

J'ai donc proposé aux groupes de regarder l'évolution des fréquences de leur classe puis de l'ensemble de classe et suite à ça ils m'exprimaient que l'évolution était plus stable pour l'ensemble des groupes comparé à leur groupe en particulier.

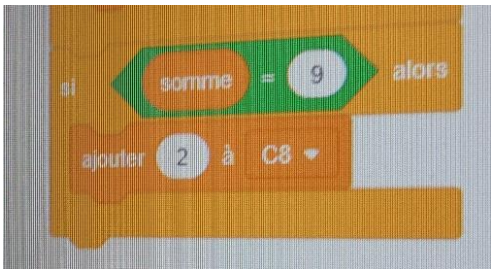
<u>Etape 5 :</u>

Les élèves ont eu de grosses difficultés à modifier le code scratch des lancers de 1 dé à un code permettant de lancers deux dés. Voici les erreurs récurrente :

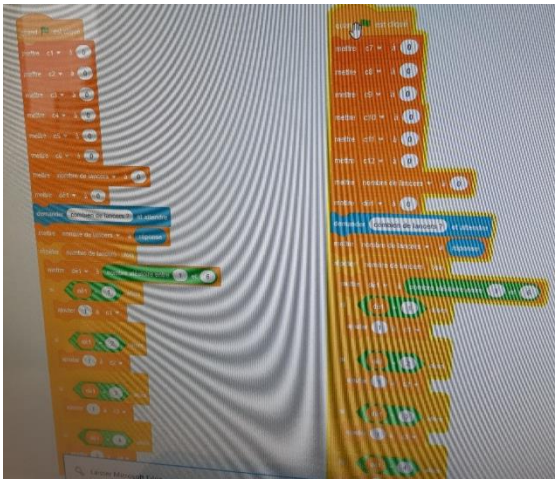
- La plupart des élèves modifient les bornes aléatoire en passant d'un dé allant de 1 à 6 un à un dé allant de 1 à 12 (même si deux élèves ont été capable de comprendre qu'il fallait calculer faire la même démarche pour le 2ème dé).



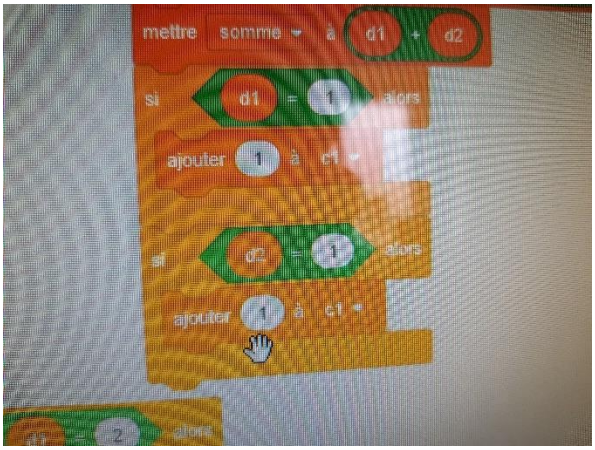
- Certains élèves faisaient augmenter les compteurs par pas de 2.



- Certains élèves lançaient deux fois le projet en espérant que le programme ferait la somme automatiquement.



- Certains élèves copiaient les conditions pour les faire aussi pour le dé2



Cependant deux élèves ont proposé, à raison de reprendre la ligne de code de l'obtention du dé1 pour le dé2

Après correction des codes, les élèves ont obtenu à peu près les mêmes fréquences (exemple ci-dessous):

Somme des deux dés	Fréquence
2	0,028
3	0,055
4	0,083
5	0,111
6	0,139
7	0,166
8	0,139
9	0,111
10	0,083
11	0,055
12	0,028

Pour préparer la conclusion, j'ai espéré que les élèves remarquent que f(7) = 0,166 soit la même fréquences que les faces du lancers d'un dé mais ils n'ont pas vu.

On est donc parti de l'idée que P(7) = 1/6

Cependant, ils ont généralement constaté que certaines fréquences étaient les mêmes ou proches. On a pu donc supposer que P(2) = P(12), P(3) = P(11), P(4) = P(10), P(5) = P(9) et P(6) = P(8)

<u>Conclusion :</u>

J'ai ensuite fait le lien avec les combinaisons possibles. Très vite les élèves m'ont rappelé que « avoir 7 » est plus fréquent car on peut l'obtenir de 3 manières différentes : 3+4,2+5, 1+6

Là-dessus j'ai demandé aux élèves de me donner les combinaisons possibles d'avoir 8 qui a aussi 3 possibilités. J'ai donc demandé aux élèves pour quelle raison on observe plus de fois la somme 7 que la somme 8 expérimentalement.

Un élève a fait remarquer qu'une paire est plus difficile à obtenir que 2 différents. Exemple : 3+3 plus compliqué que 4+3. Cependant, les élèves ont eu difficile à trouver pourquoi 7 est plus fréquent mais lorsque j'ai demandé que signifiait obtenir 3+4, certains m'ont dit que le 1er dé vaut 3 et le 2ème 4. De là, ils ont réalisé qu'il manquait les combinaisons « miroir » et que « avoir 8 » n'en avait pas pour 4+4 vu qu'on retombe sur la même somme.

Les 6 combinaisons ordonnées de 7 sont donc : 3+4,2+5, 1+6, 4+3, 5+2, 6+1

On est donc arrivé à l'idée que P(7) $=\frac{6}{?}=\frac{1}{6}$ ainsi on a trouvé qu'il y avait en tout 36 combinaisons ordonnées. J'ai demandé aux élèves pourquoi mais l'idée n'est pas venue d'elle-même (voir synthèse générale).

On constate donc que les élèves ont des difficultés pour trouver les probabilités même si dans la majorité des cas ils comprennent bien que certaines sommes sont plus fréquentes car elles peuvent être obtenues grâce à plusieurs combinaisons. Un enseignement de ces notions dès le plus jeune âge serait donc pertinent pour que les probabilités soient plus intuitives.

5. Synthèse générale rédigée au tableau

Etape 1 :

Il aurait du choisir 1 car il est impossible d'obtenir une somme égale à 1 en lançant deux dés.

Selon les résultats :

- Pour le moment il est difficile de dire si 7 est un mauvais choix car certains élèves l'ont eu beaucoup et d'autres peu.
- Il semble que 7 soit un mauvais choix car les élèves l'ont eu au moins 3 fois chacun

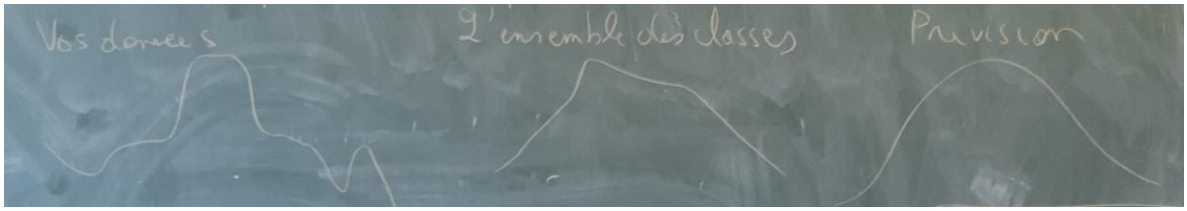
Etape 2 :

Selon les résultats : Il semble que les sommes centrales sont plus fréquentes. Le choix du devin semble donc être mauvais.

Demander aux élèves leur hypothèse et les mettre aux tableaux même si erronée

Etape facultative :

Les bâtonnets des fréquences de votre classe sont parfois plus grands ou plus petits que ceux des fréquences de l'ensemble des classes. Vos données sont plus variables que celle de l'ensemble des classes.



Etape 5 :

Somme des deux dés	Fréquence
2	0,028
3	0,055
4	0,083
5	0,111
6	0,139
7	0,166
8	0,139
9	0,111
10	0,083
11	0,055
12	0,028

On constate que certaines fréquences sont très proches. On peut donc supposer que

$$P(2) = P(12), P(3) = P(11), P(4) = P(10), P(5) = P(9)\ et\ P(6) = P(8)$$

La fréquence de 7 (0,166) ressemble très fort aux fréquences des faces obtenues en lançant un seul dé. On peut donc supposer que $P(7) = \frac{1}{6}$

Conclusion :

Pourquoi $P(7) = \frac{1}{6}$?

Quelles sont les combinaisons pour avoir 7 ? 2+5, 3+4, 1+6

Quels sont les combinaisons pour avoir 8 ? 2+6, 3+5, 4+4

Pourtant grâce à la simulation, nous savons que 7 est obtenu plus fréquemment que 8.

Nous oublions des combinaisons (« miroir ») car par exemple : 2+5 signifie que le 1er dé a obtenu un 2 et le 2ème dé a obtenu un 5

Voici donc les combinaisons ordonnées pour la somme 7 et la somme 8 :

Avoir 7 ? 2+5, 3+4, 1+6, 5+2, 4+3, 6+1 (6 combinaisons ordonnées)

Avoir 8 ? 2+6, 3+5, 4+4, 6+2, 5+3 (5 combinaisons ordonnées)

Nous savons donc que P(7) $=\frac{6}{nombre\ de\ combinaisons\ totales} = \frac{1}{6}$ ainsi on a trouvé qu'il y avait en tout 36 combinaisons ordonnées.

Voici les 36 combinaisons :

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Avec les combinaisons, on peut trouver les autres probabilités :

Avoir 2 : 1+1 (1 combinaison) : $P(2) = \frac{1}{36} = P(12)$

Avoir 3 : 1+2,2+1 (2 combinaisons) : $P(3) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18} = P(11)$

Avoir 4 : 2+2,3+1,1+3 (3 combinaisons) : $P(4) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12} = P(10)$

Avoir 5 : 2+3,3+2,1+4,4+1 (4 combinaisons) : $P(5) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9} = P(9)$

Avoir 6 : 3+3,2+4,4+2,1+5,5+1 (5 combinaisons) : $P(6) = \frac{5}{36} = P(8)$

Avoir 7 : 1+6,6+1,2+5,5+2,3+4,4+3 (6 combinaisons) : $P(7) = \frac{6}{36}$

6. Qu'est-ce qui, à vos yeux, fait la valeur de l'activité ?

Je trouve que l'activité permet d'étudier des probabilités à partir des fréquences, ce qui pour moi évite le problème de l'apprentissage des probabilités sans comprendre d'où elles viennent.

7. Suggestions d'amélioration

Etape 3 : mettre un peu plus d'espaces pour répondre. Comme solution, on a utilisé des + / - / +- pour exprimer les répétitions des sommes.

Etape 4 : ne pas imposer le graphique en bâtonnets mais le faire comprendre par discussions avec les élèves. En effet, dans certains groupes, ils ont directement suggéré de faire le graphique en bâtonnets et ainsi, je n'ai pas eu la discussion de l'intérêt de la représentation par bâtonnets.

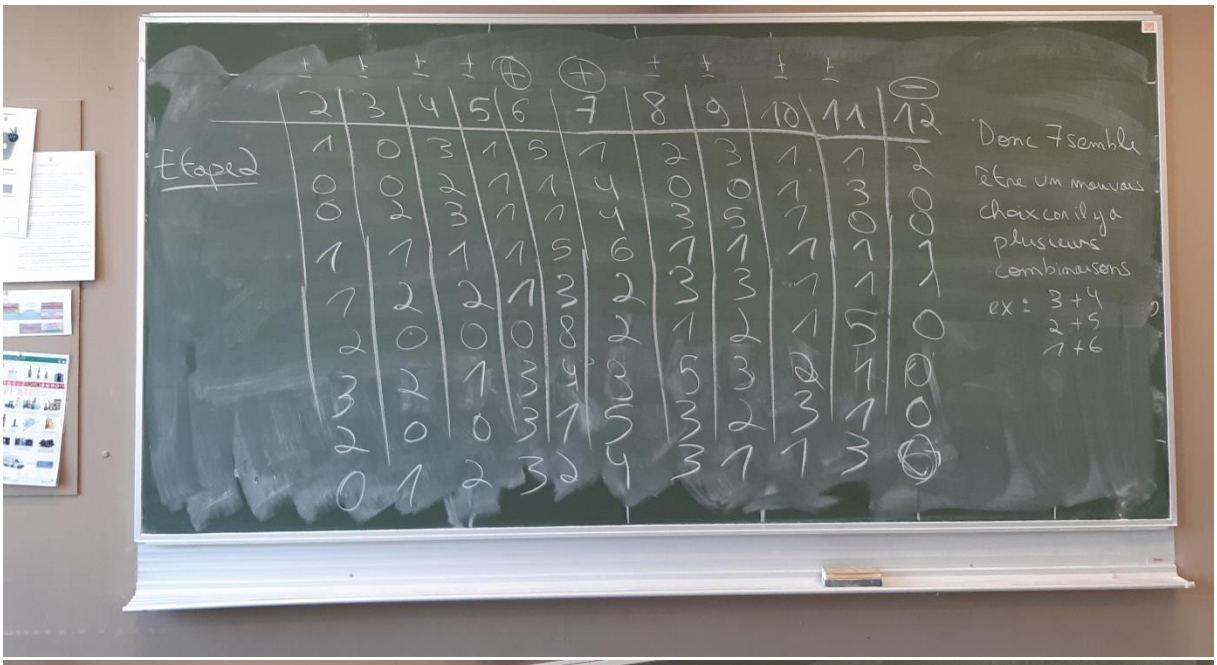
Etape facultative : je pense qu'il serait plus judicieux de tout faire sur Excel car le dessin n'est pas évident à faire sur un si petit quadrillage et le graphique est compliqué à réaliser à la main au tableau. J'ai donc testé au tableau avec un groupe puis uniquement sur Excel pour les autres (un groupe l'a fait lui-même sur PC et les autres ont reçu le dessin imprimé après discussion). L'intérêt est également de faire travailler les élèves sur le dessin papier à l'étape 4 et le dessin sur Excel à l'étape facultative.

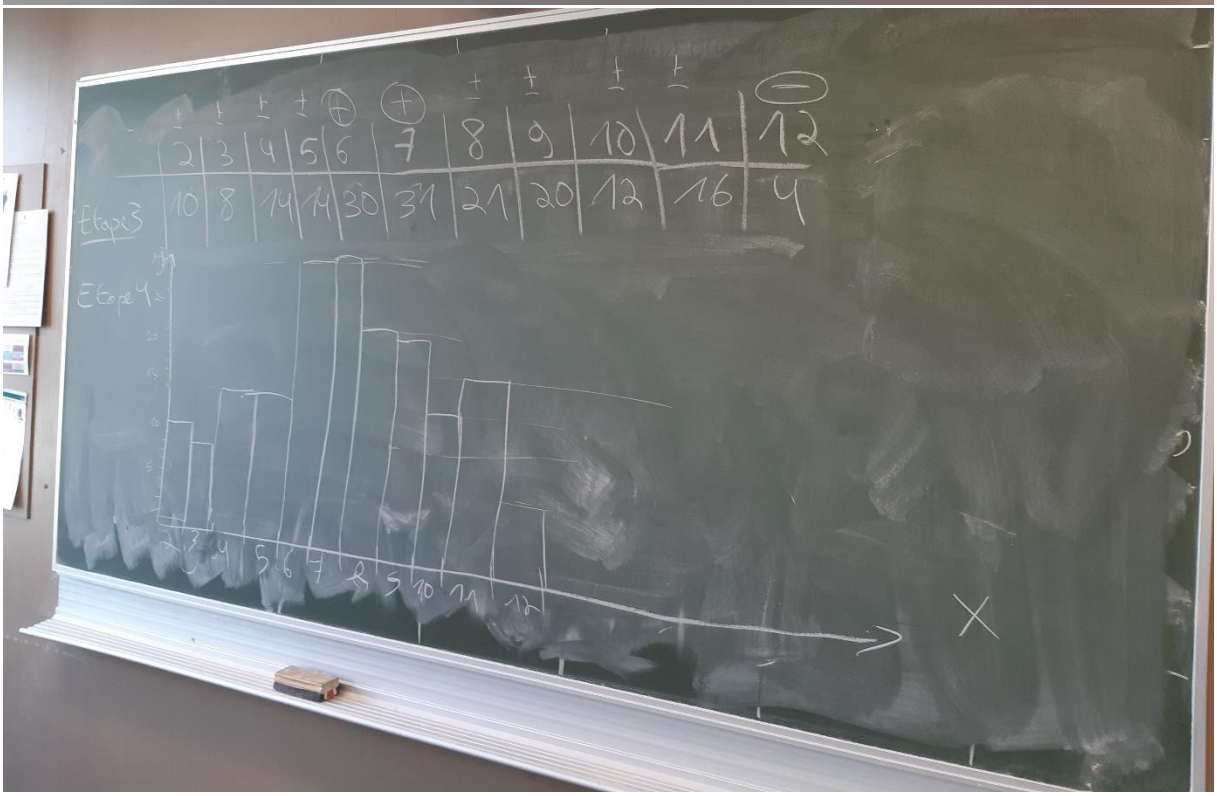
Il faut également prévoir plus d'espaces pour prendre note sur l'étape facultative.

Etape 5 : Elle devrait être écourtée (par exemple, l'enseignant donne les résultats d'une simulation déjà réalisée) pour des élèves ayant très peu eu de contact avec la programmation car ils n'ont pas encore acquis cette logique. Elle serait intéressante pour des classes en option de programmation.

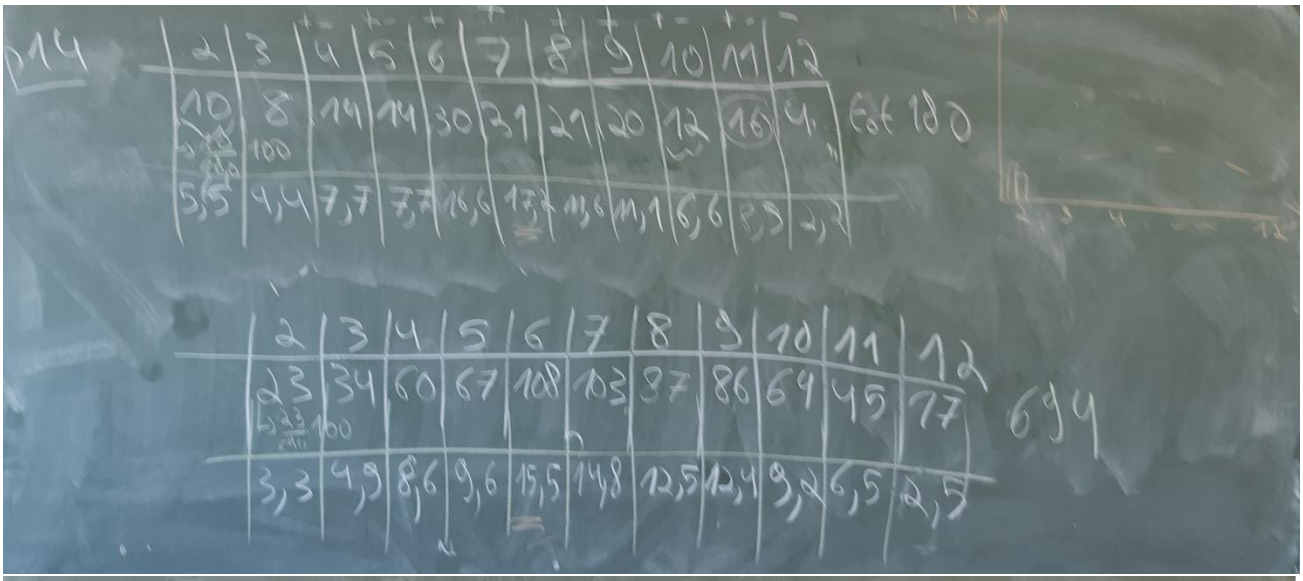
8. Photo de la synthèse faite au tableau

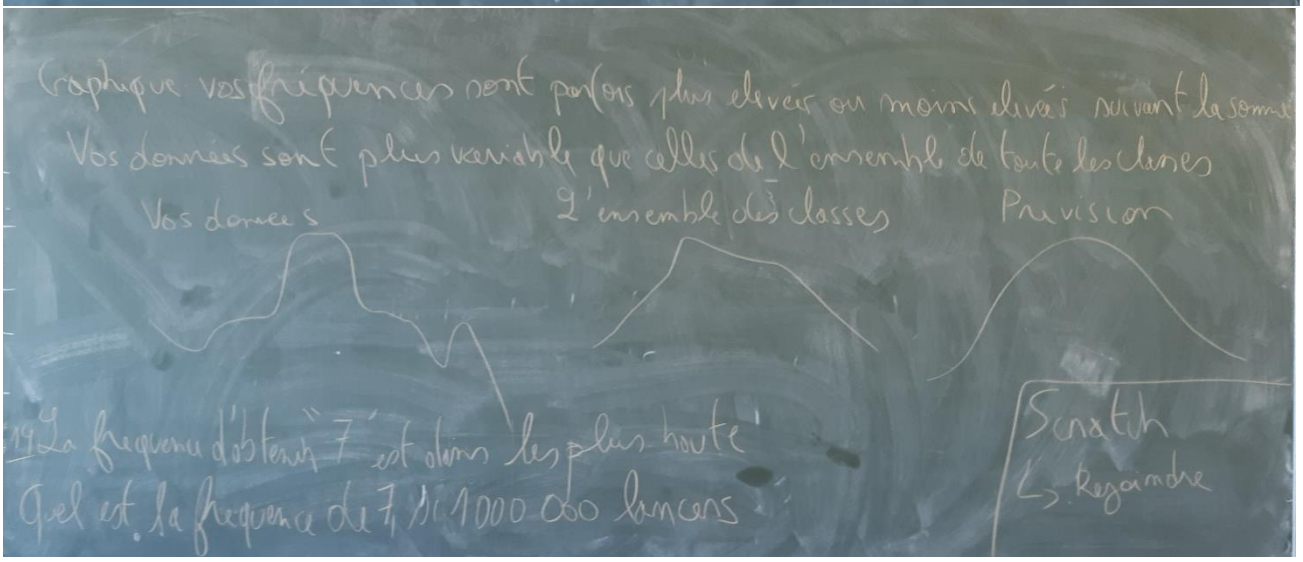
Groupe 6TQ1B

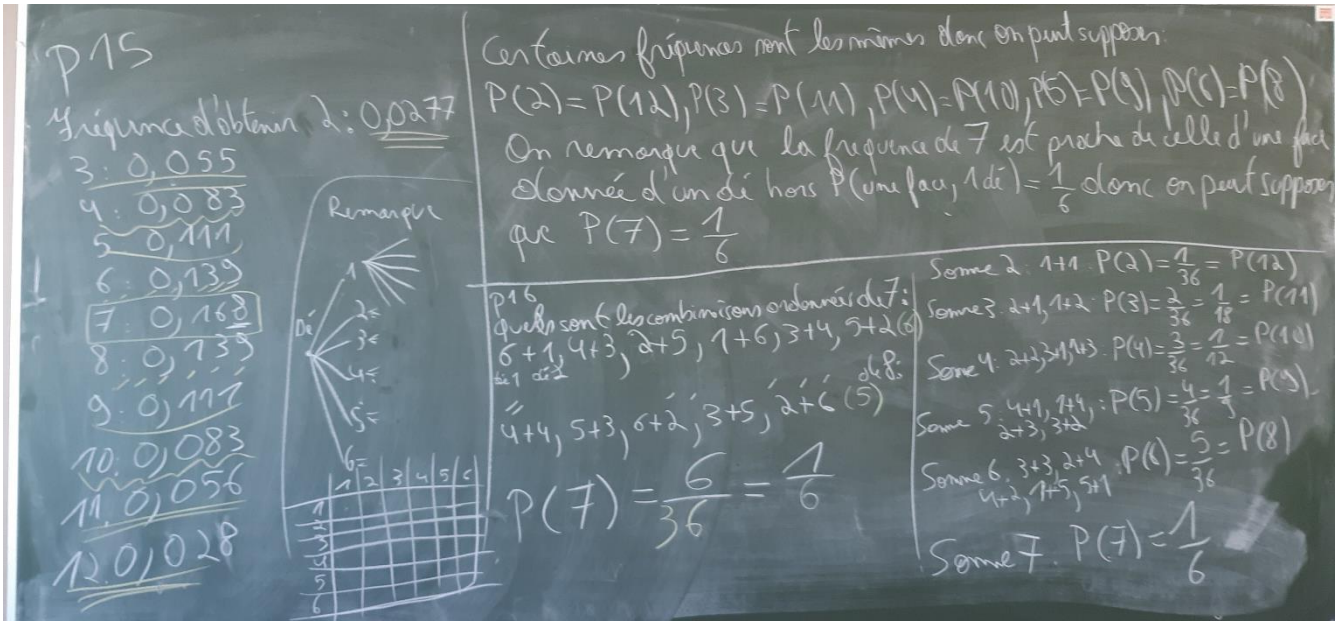




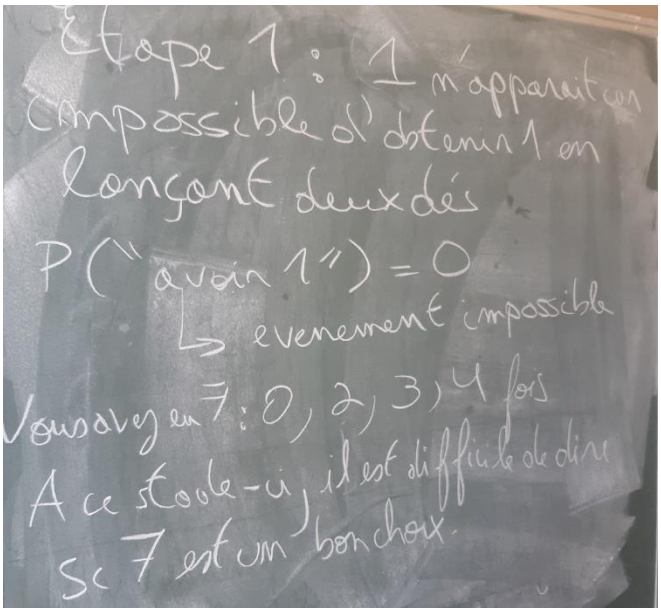
Etape facultative :



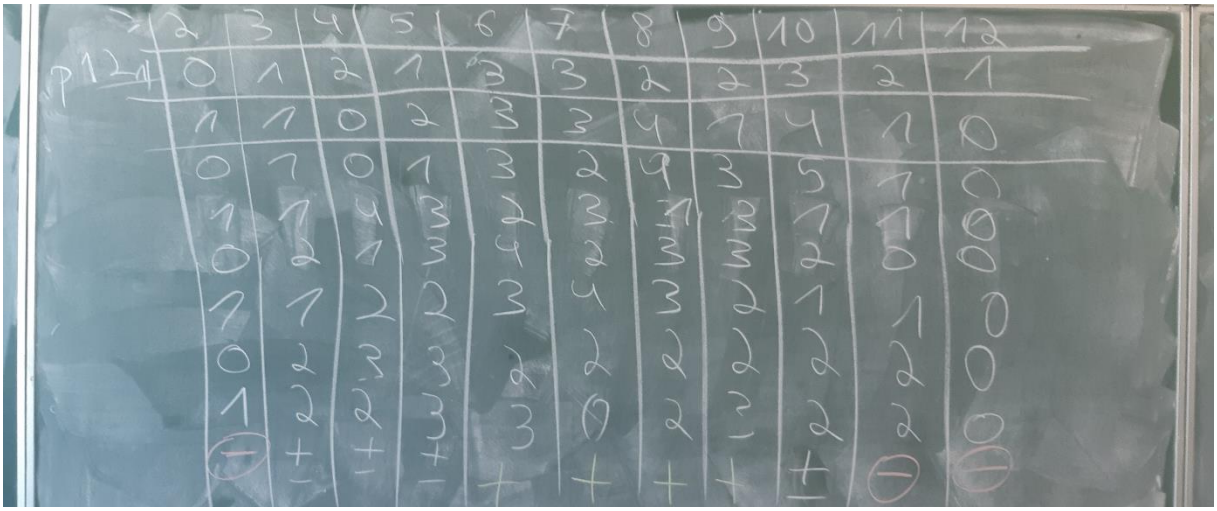




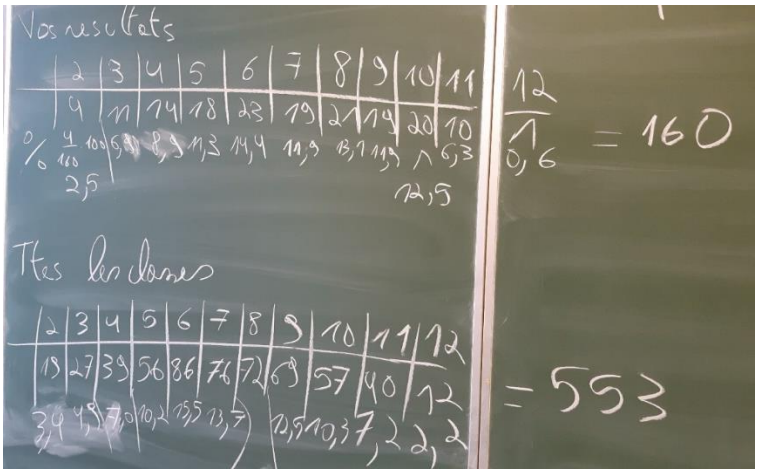
Groupe 6TQ2A

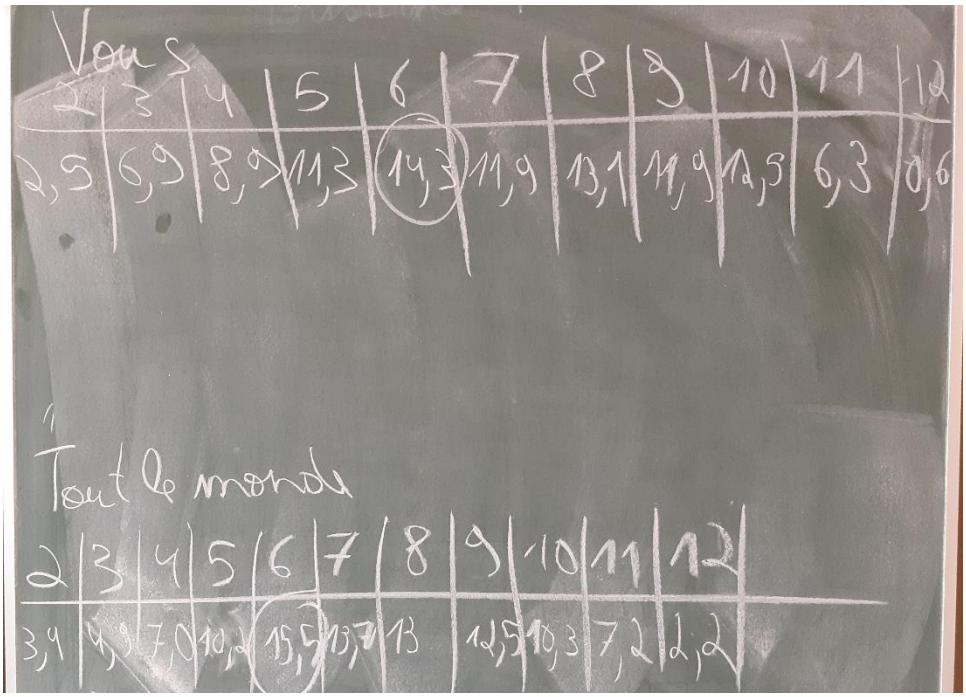


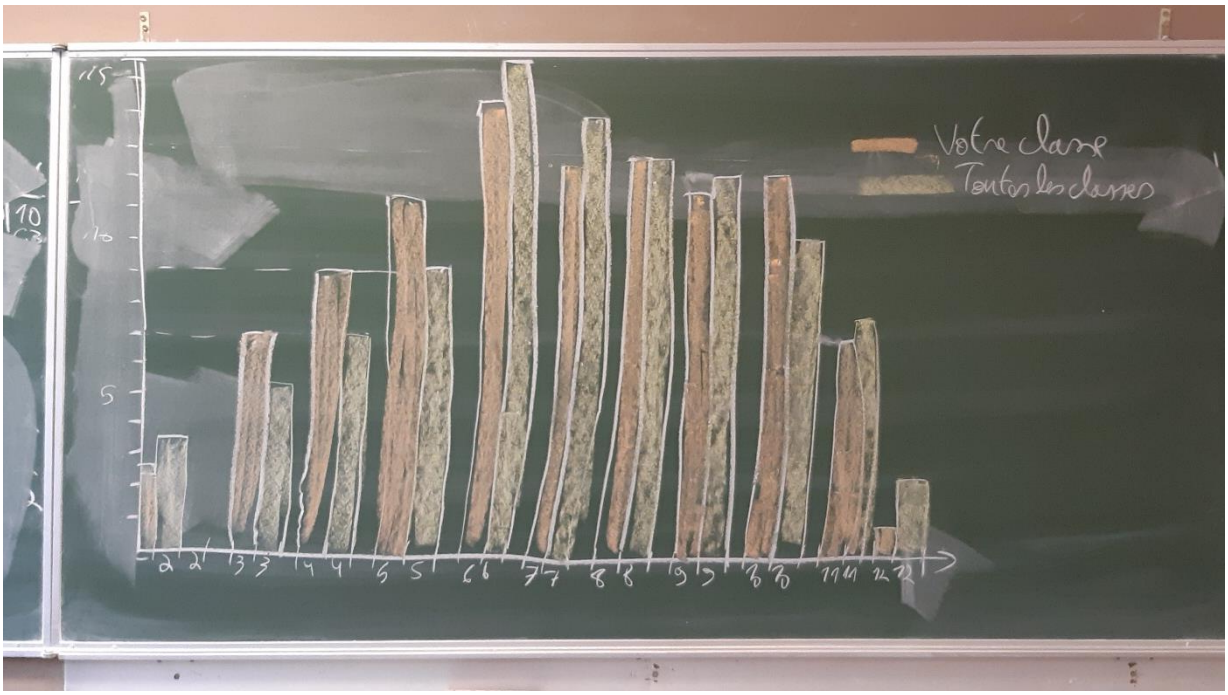
Etape 2 :



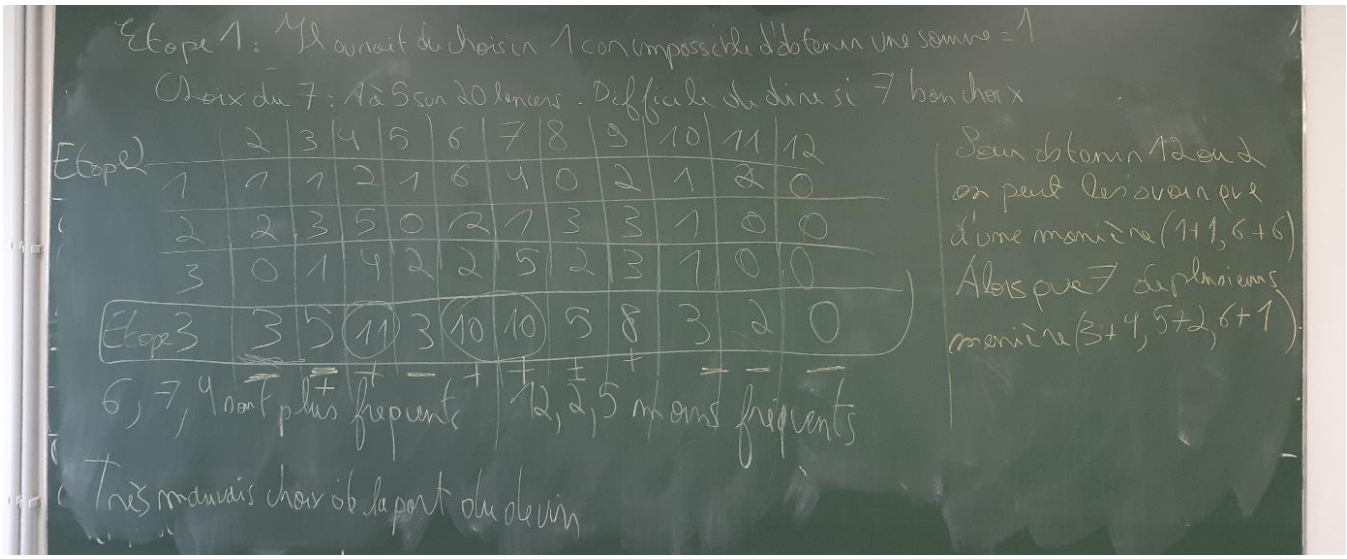
Etape facultative :



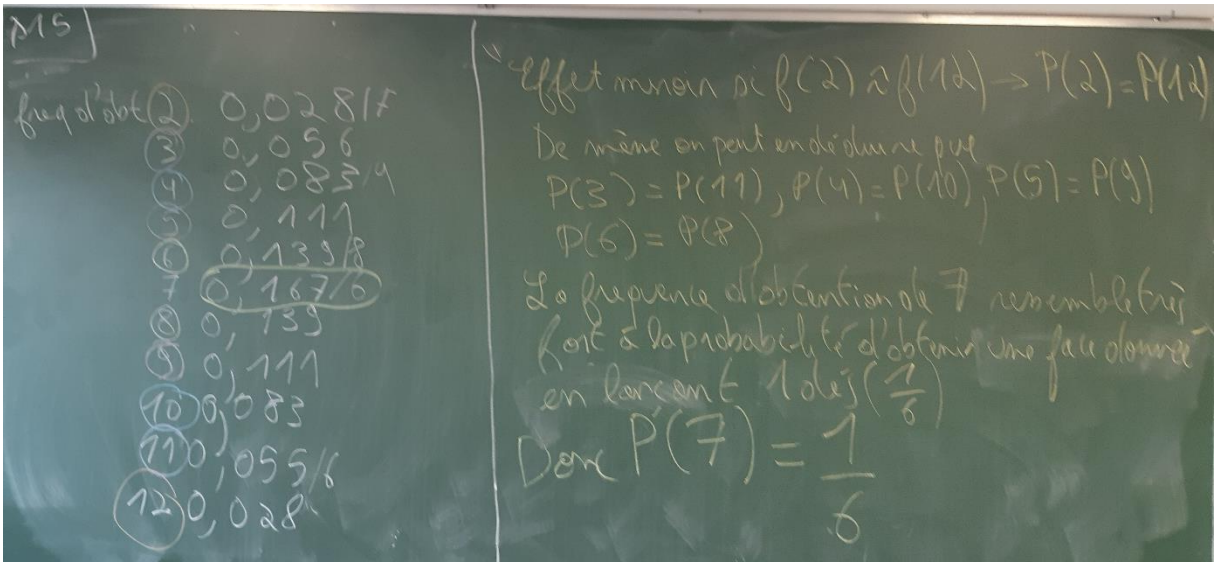

Vous
2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12
2,5 6,9 8,9 11,3 14,3 11,9 13,1 11,9 12,5 6,3 0,6
Tout le monde
2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12
3,4 4,9 7,0 10,2 15,5 13,7 13 12,5 10,3 7,2 2,2

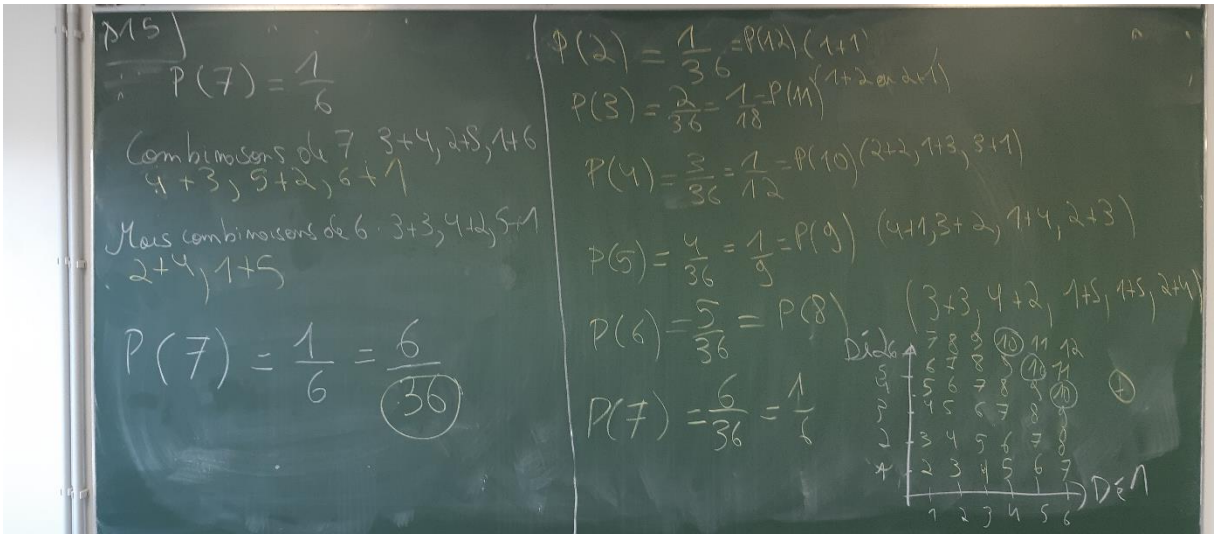

Votre classe
Toutes les classes
15
10
5
2 2 3 3 4 4 5 5 6 6 7 7 8 8 9 9 10 10 11 11 12 12

7PCA :

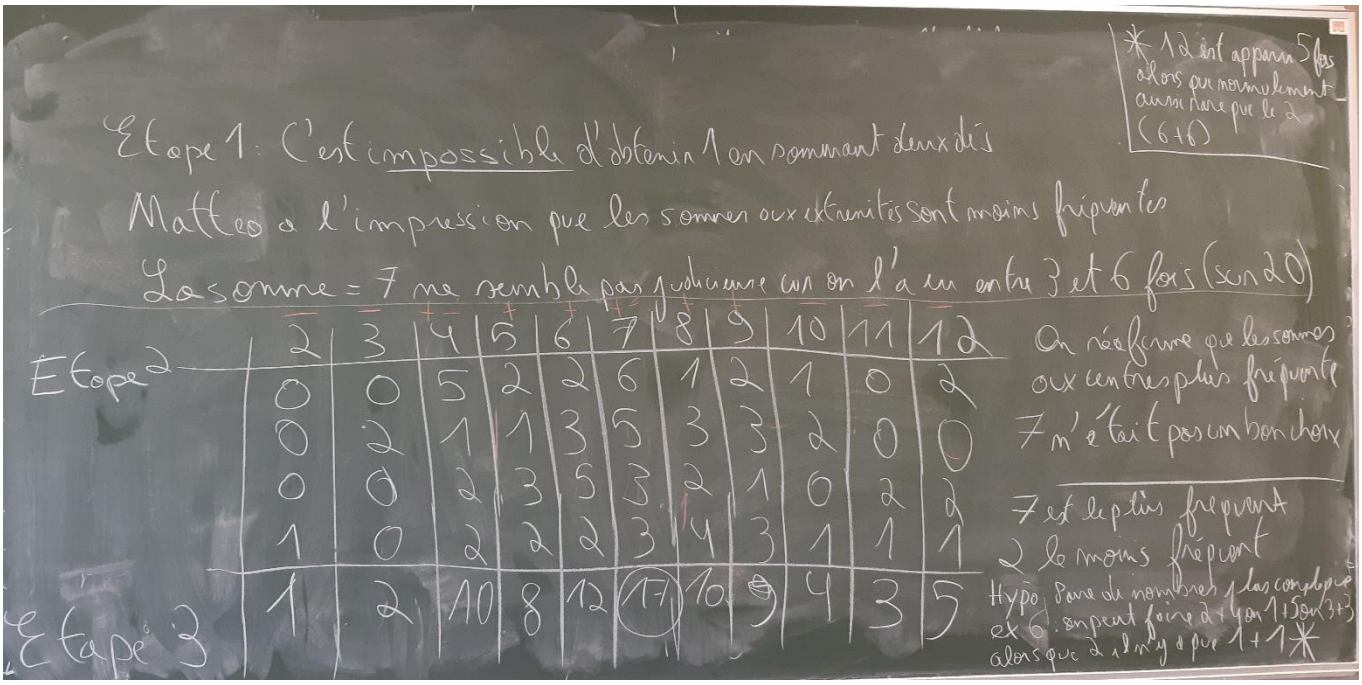


Etape 5 + conclusion





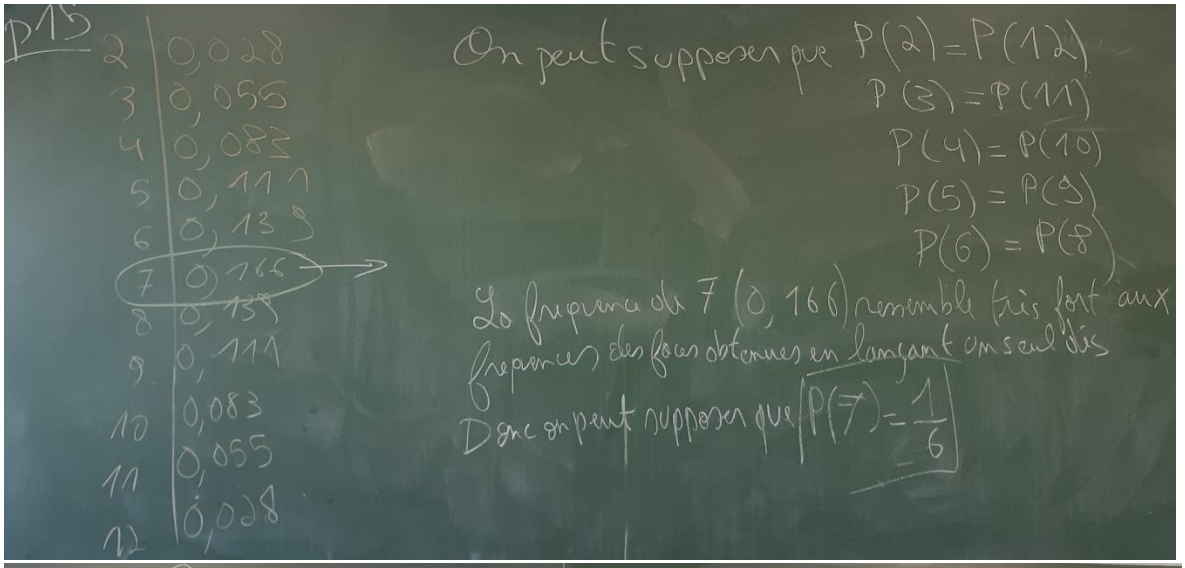
Groupe 6TQ1A :

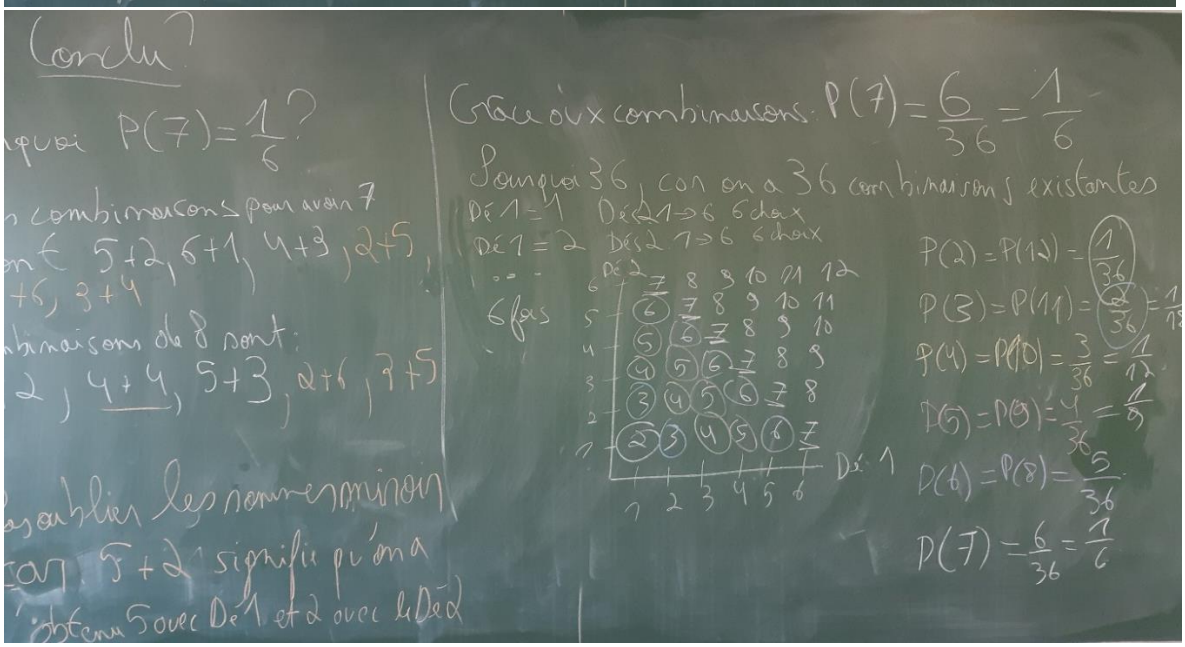


Etape 4 :

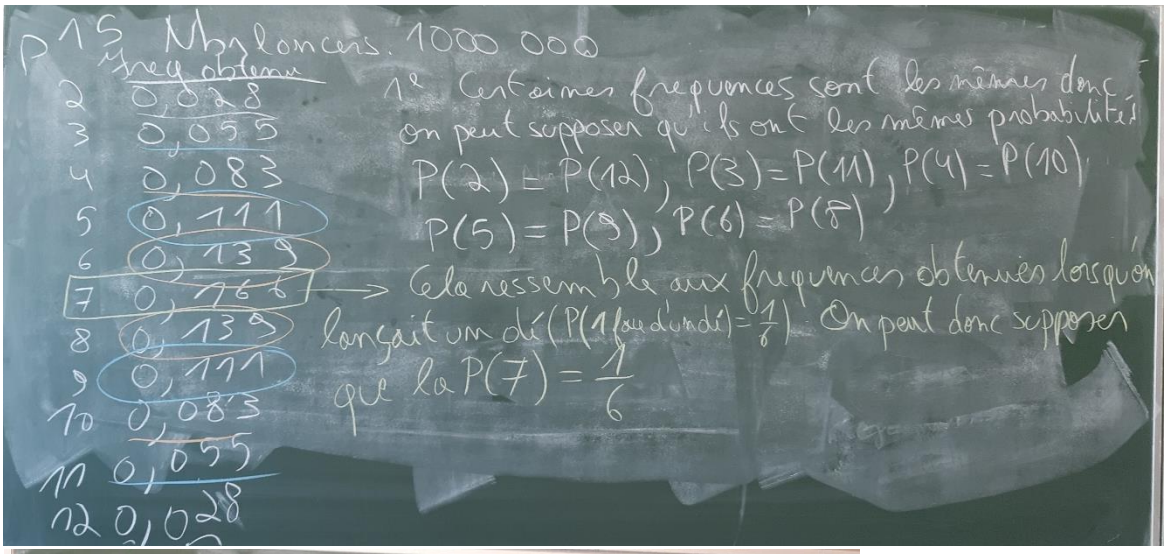
Groupe 7PCB :

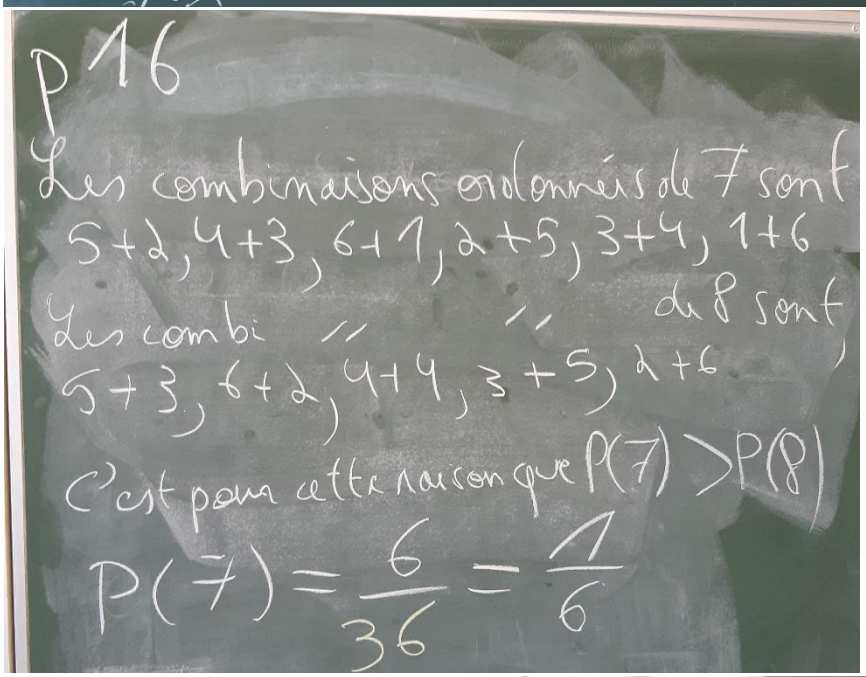
Etape 5 + conclusion :

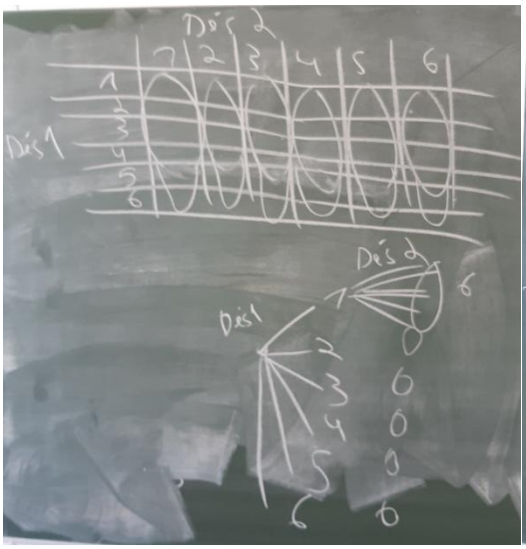


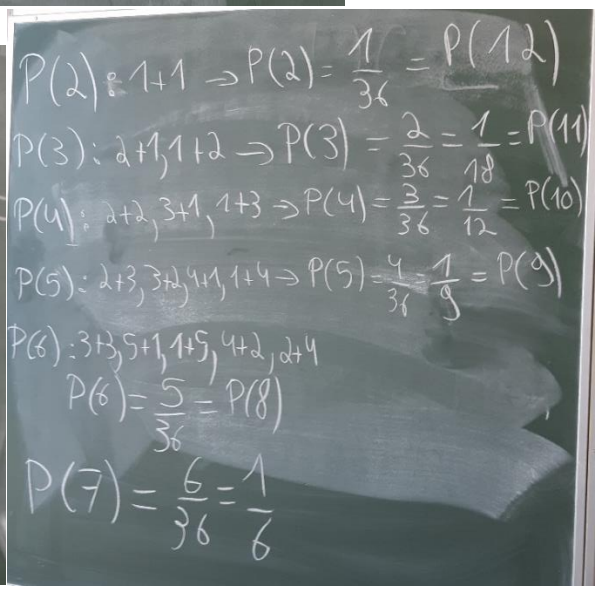


Groupe 6TQ2B :



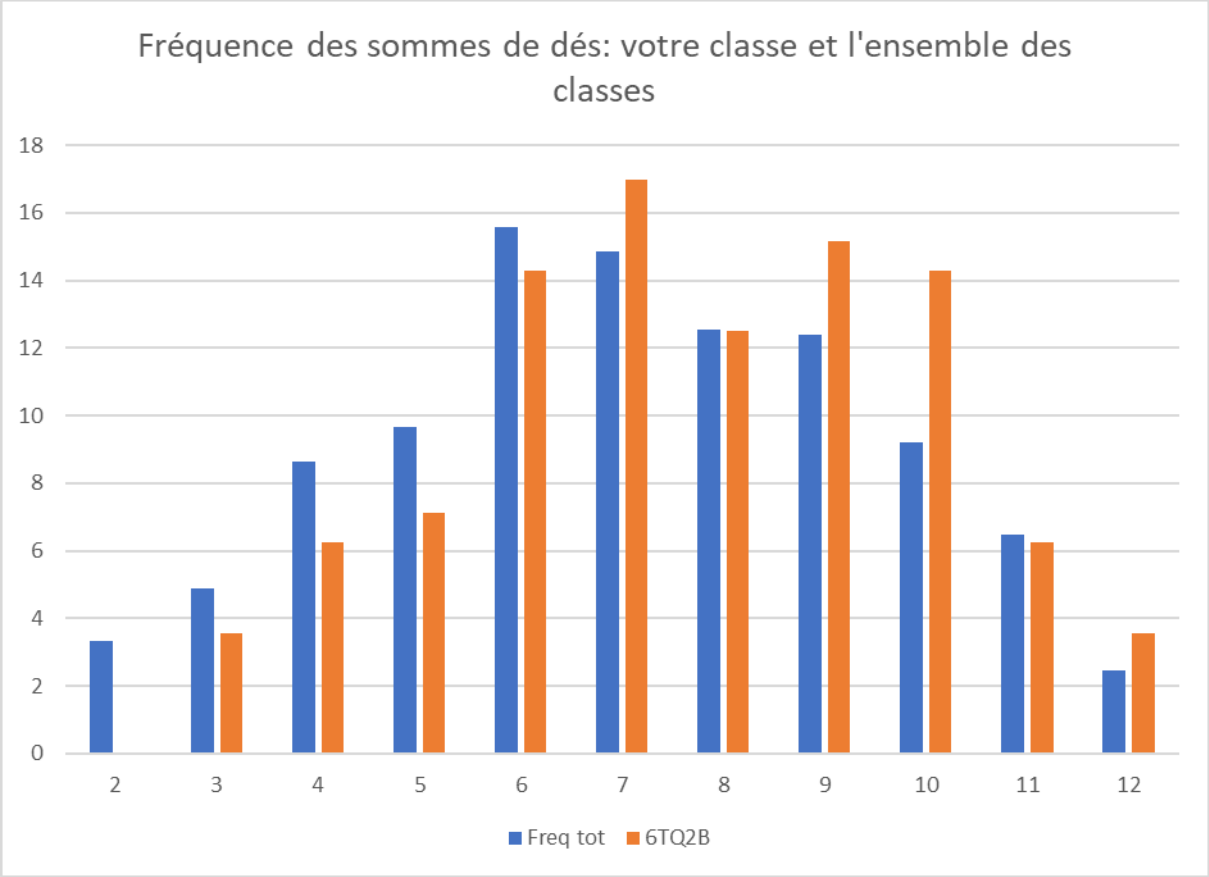


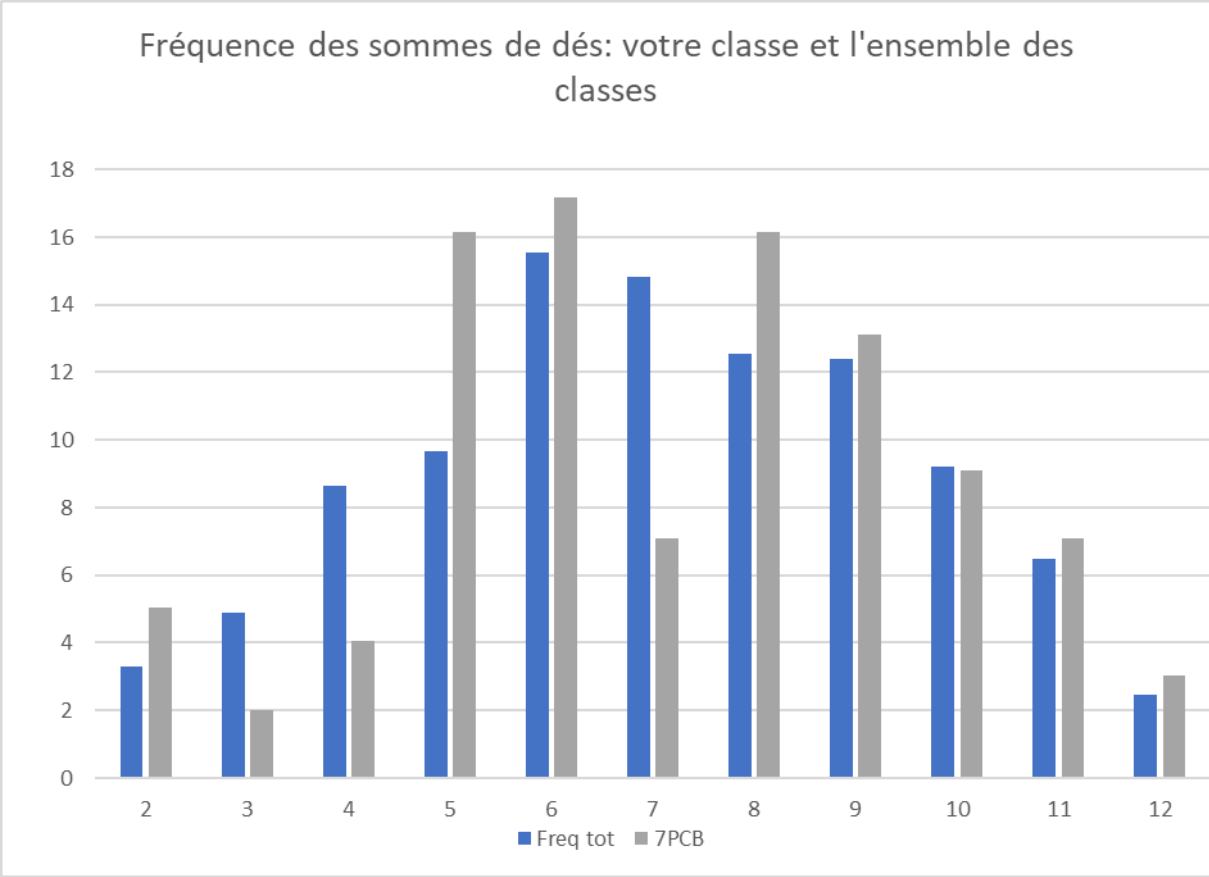


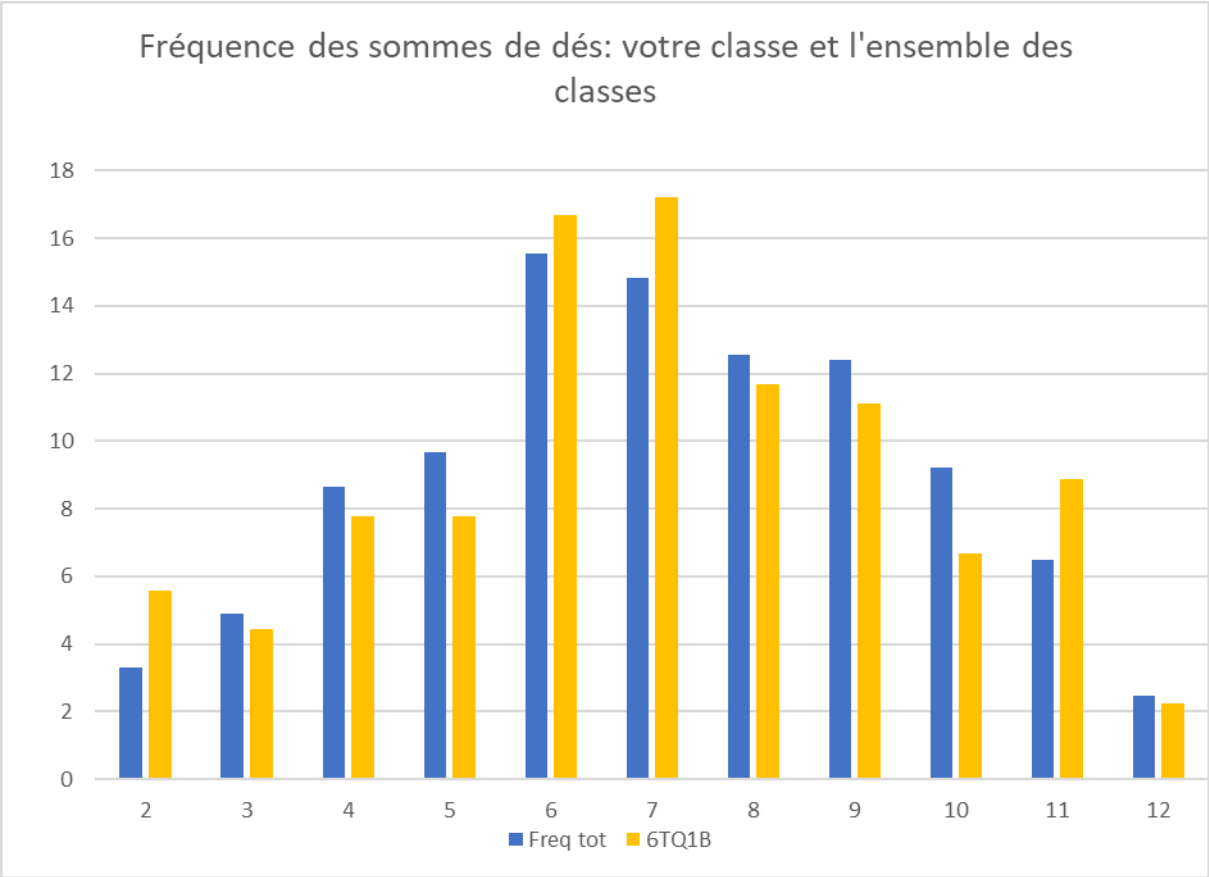


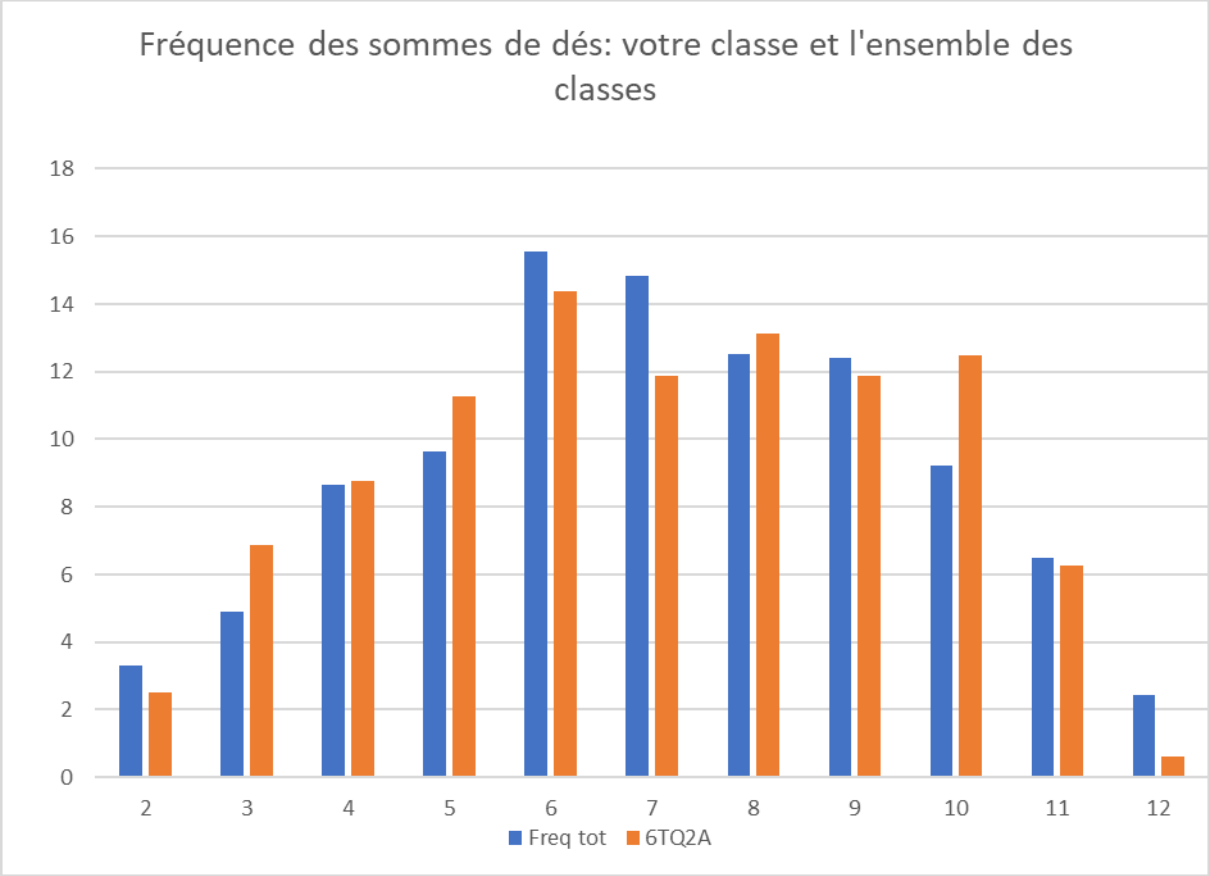
9. Annexe

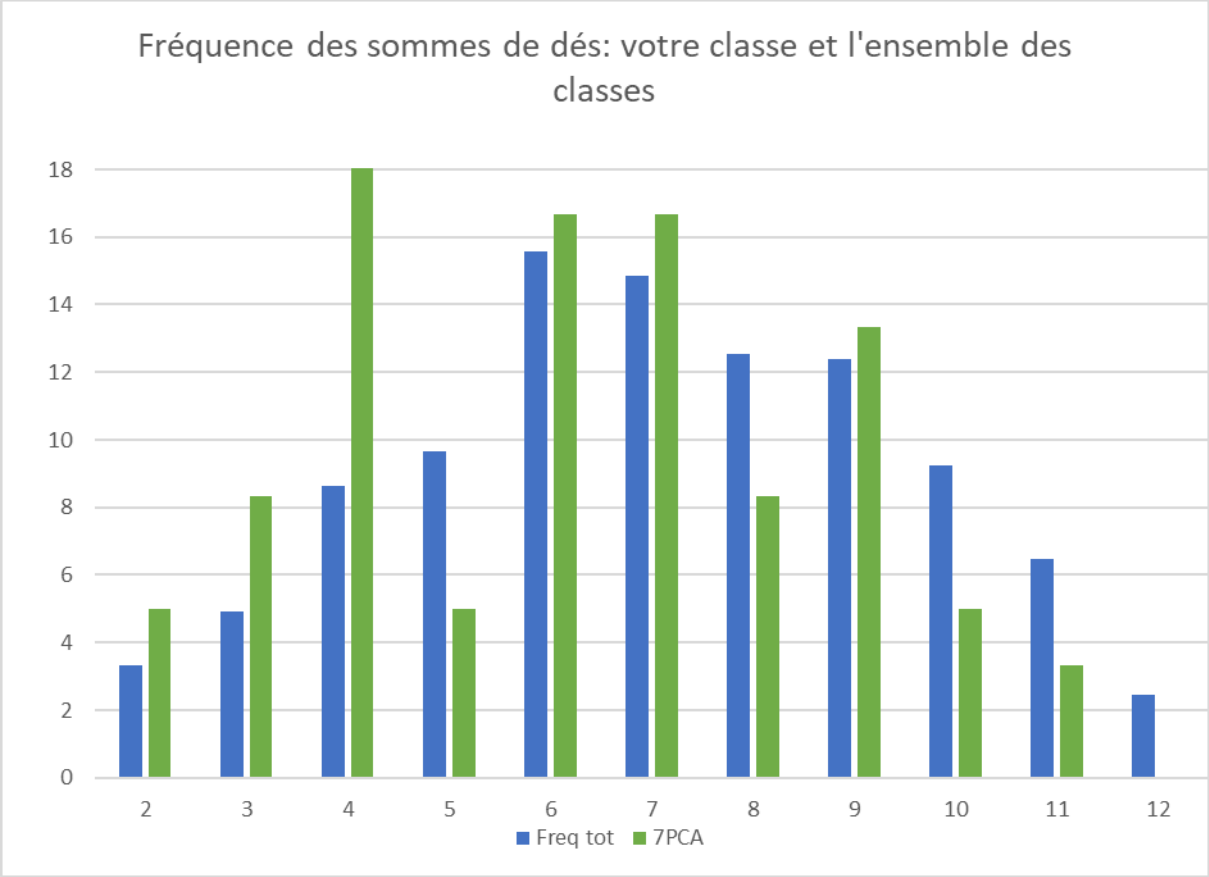
Sommes des dés	Effectif tot	6TQ2B	7PCB	6TQ1B	6TQ2A	7PCA	6TQ1A
2	23	0	5	10	4	3	1
3	34	4	2	8	11	5	2
4	60	7	4	14	14	11	10
5	67	8	16	14	18	3	8
6	108	16	17	30	23	10	12
7	103	19	7	31	19	10	17
8	87	14	16	21	21	5	10
9	86	17	13	20	19	8	9
10	64	16	9	12	20	3	4
11	45	7	7	16	10	2	3
12	17	4	3	4	1	0	5
	694	112	99	180	160	60	81
Sommes des dés	Freq tot	6TQ2B	7PCB	6TQ1B	6TQ2A	7PCA	6TQ1A
2	3	0	5	6	3	5	1
3	5	4	2	4	7	8	2
4	9	6	4	8	9	18	12
5	10	7	16	8	11	5	10
6	16	14	17	17	14	17	15
7	15	17	7	17	12	17	21
8	13	13	16	12	13	8	12
9	12	15	13	11	12	13	11
10	9	14	9	7	13	5	5
11	6	6	7	9	6	3	4
12	2	4	3	2	1	0	6

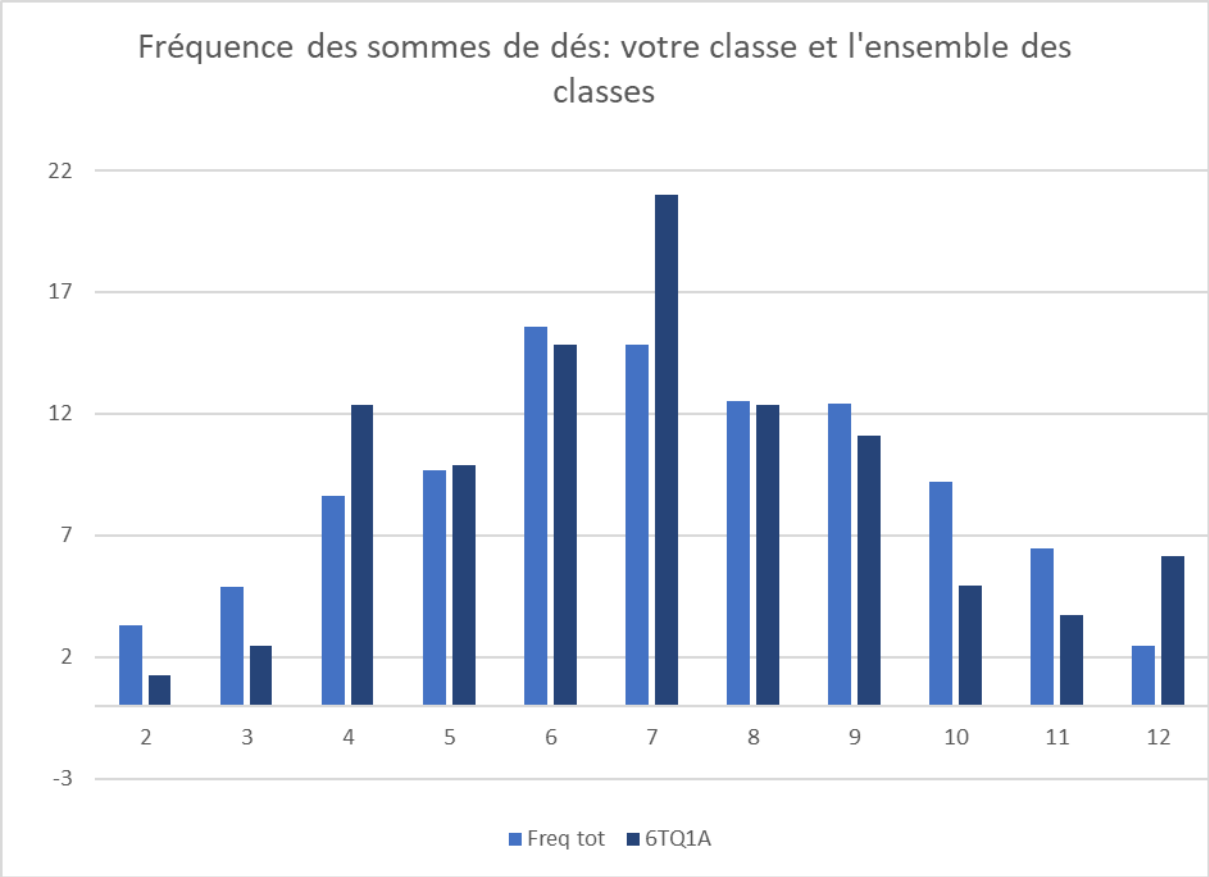

Fréquence des sommes de dés: votre classe et l'ensemble des classes
18
16
14
12
10
8
6
4
2
0
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
Freq tot
6TQ2B


Fréquence des sommes de dés: votre classe et l'ensemble des classes
18
16
14
12
10
8
6
4
2
0
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
Freq tot
7PCB


Fréquence des sommes de dés: votre classe et l'ensemble des classes
18
16
14
12
10
8
6
4
2
0
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
Freq tot
6TQ1B


Fréquence des sommes de dés: votre classe et l'ensemble des classes
18
16
14
12
10
8
6
4
2
0
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
Freq tot
6TQ2A


Fréquence des sommes de dés: votre classe et l'ensemble des classes
18
16
14
12
10
8
6
4
2
0
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
Freq tot
7PCA


Fréquence des sommes de dés: votre classe et l'ensemble des classes
22
17
12
7
2
-3
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
Freq tot
6TQ1A