Formation GEM – UCLouvain
Samedi 30 avril 2022

S'exprimer, argumenter et convaincre à tout âge en mathématiques

Thérèse Gilbert, Isabelle Berlanger & Laure Ninove

UCLouvain

Haute École Galilée ISPG Pédagogie

Haute École Léonard de Vinci

GEM

« J'aime les maths, parce qu'il suffit d'appliquer des règles.
Et j'aime les règles et les calculs. »

Des propos fréquents :

« J'aime les maths, parce qu'il suffit d'appliquer des règles.
Et j'aime les règles et les calculs. »

Des propos fréquents :

« J'aime les maths, parce qu'il suffit d'appliquer des règles.
Et j'aime les règles et les calculs. »

Une pensée courante :

« Les mathématiques, c'est un ensemble de règles et de techniques. »

Des propos fréquents :

« J'aime les maths, parce qu'il suffit d'appliquer des règles.
Et j'aime les règles et les calculs. »

Une pensée courante :

« Les mathématiques, c'est un ensemble de règles et de techniques. »

« Comment ? »	*vs*	« Pourquoi ? »
« Comment appliquer ? »	*vs*	« Comment ça s'explique ? »

Des propos fréquents :

« J'aime les maths, parce qu'il suffit d'appliquer des règles.
Et j'aime les règles et les calculs. »

Une pensée courante :

« Les mathématiques, c'est un ensemble de règles et de techniques. »

« Comment ? »	*vs*	« Pourquoi ? »
« Comment appliquer ? »	*vs*	« Comment ça s'explique ? »

Pourtant l'argumentation est au coeur des mathématiques.

Des propos fréquents :

« J'aime les maths, parce qu'il suffit d'appliquer des règles.
Et j'aime les règles et les calculs. »

Une pensée courante :

« Les mathématiques, c'est un ensemble de règles et de techniques. »

« Comment ? »	*vs*	« Pourquoi ? »
« Comment appliquer ? »	*vs*	« Comment ça s'explique ? »

Pourtant l'argumentation est au coeur des mathématiques.

Des règles		De l'argumentation
	vs	
et des techniques		et des problèmes

S'exprimer, argumenter et convaincre à tout âge en mathématiques

1. **Pourquoi argumenter et comment favoriser le questionnement ?**
2. Des outils sur lesquels l'argumentation peut s'appuyer
3. S'exprimer pour argumenter
4. Un problème analysé à la lumière de ce qui précède

1. Pourquoi argumenter et comment favoriser le questionnement ?

1.1. Argumenter pour trouver une solution

On veut trouver la solution à un problème. L'argumentation permet de la déterminer.

1. Pourquoi argumenter et comment favoriser le questionnement ?

1.1. Argumenter pour trouver une solution

On veut trouver la solution à un problème. L'argumentation permet de la déterminer.

Pour résoudre un problème et calculer

Les modules de paix

Chaque élève de la classe (ils sont 15) a reçu 2 sachets de modules Îles de Paix.

- En tout cela fait combien de sachets ?
- En tout cela fait combien de modules ?

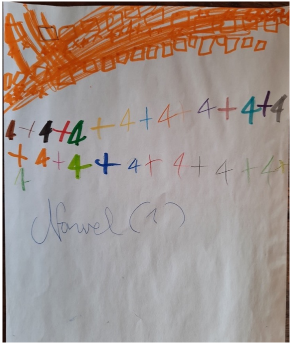
Dessine la situation et écris les calculs qui en parlent.

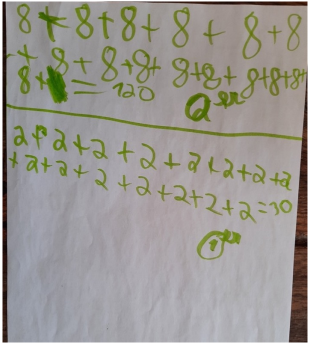
4 modules par sachet

1. Pourquoi argumenter et comment favoriser le questionnement ?

1.1. Argumenter pour trouver une solution

Chaque élève de la classe (ils sont 15) a reçu 2 sachets de 4 modules Îles de Paix. En tout cela fait combien de modules ?



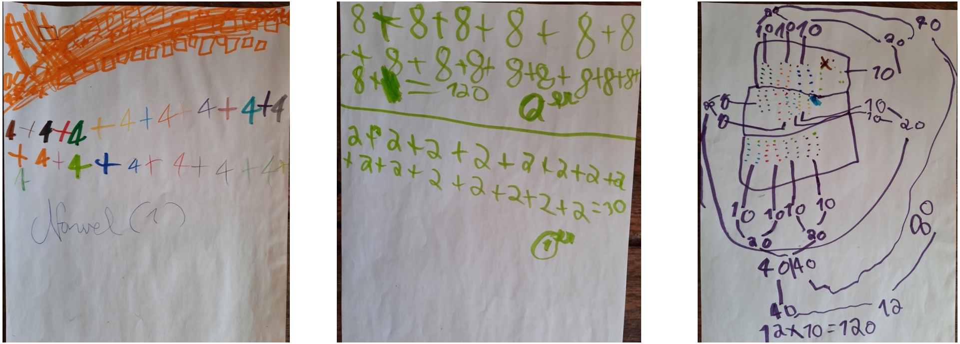


Essais successifs de Nawel

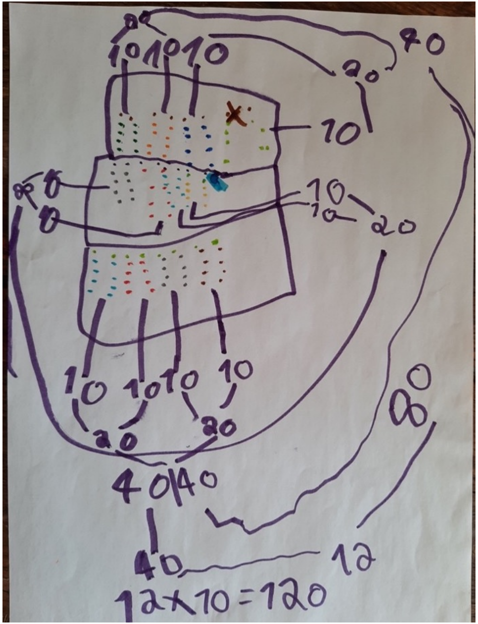
1. Pourquoi argumenter et comment favoriser le questionnement ?

1.1. Argumenter pour trouver une solution

Chaque élève de la classe (ils sont 15) a reçu 2 sachets de 4 modules Îles de Paix. En tout cela fait combien de modules ?



Essais successifs de Nawel


10 10 10
40
20
10
10
10
20
10 10 10 10
20
20
40 40
40
12
12x10=120


10 10 10 10

1. Pourquoi argumenter et comment favoriser le questionnement ?

1.1. Argumenter pour trouver une solution

Chaque élève de la classe (ils sont 15) a reçu 2 sachets de modules Îles de Paix.

- En tout cela fait combien de sachets ?
- En tout cela fait combien de modules ?

Dessine la situation et écris les calculs qui en parlent.

Proposer des problèmes non évidents (mais accessibles) et demander d'exprimer sa pensée, d'expliquer comment on est arrivé à la solution.

1. **Pourquoi argumenter et comment favoriser le questionnement ?**
   1.1 Pour trouver une solution
   1.2 **Pour convaincre ou se convaincre**
   1.3 Pour éclairer, comprendre les raisons
   1.4 Pour mettre de l'ordre déductif dans ses connaissances
2. Des outils sur lesquels l'argumentation peut s'appuyer
3. S'exprimer pour argumenter
4. Un problème analysé à la lumière de ce qui précède

Pour obtenir l'accord des autres ou pour réfuter

Quelle classe a le mieux réussi le test ?

On veut comparer les résultats de trois classes à une même interrogation.

Quelle classe a le mieux réussi cette évaluation ? Argumentez.

A	B	C
8	2	7
9	3	8
9	6	8
...	...	...
13	13	15
13	16	16
15		18
19		20
		20
		20

Donner aux élèves des occasions de discuter de mathématiques.

1. Pourquoi argumenter et comment favoriser le questionnement ?

1.2. Argumenter pour convaincre ou se convaincre

Parce qu'on n'est pas sûr soi-même

Parce qu'on a une solution intuitive, mais qu'on a pris l'habitude de douter

1.2. Argumenter pour convaincre ou se convaincre

Parce qu'on n'est pas sûr soi-même
Parce qu'on a une solution intuitive, mais qu'on a pris l'habitude de douter

Laisser les élèves se tromper.
Exploiter les erreurs, les mettre en évidence, de façon positive.

Différences particulières

Calcule les différences suivantes et d'autres du même type.

$$
\begin{aligned}
82 - 28 &= \\
53 - 35 &= \\
65 - 56 &= \\
72 - 27 &= \\
84 - 48 &= \\
85 - 58 &=
\end{aligned}
$$

Qu'est-ce que les résultats ont de spécial ?

Source : Erich Wittmann

1.3. Argumenter pour éclairer, parce qu'on veut comprendre les raisons d'une situation

$$
\begin{aligned}
82 - 28 &= 54\\
53 - 35 &= 18\\
65 - 56 &= 9\\
72 - 27 &= 45\\
84 - 48 &= 36\\
85 - 58 &= 27\\
21 - 12 &= 9\\
42 - 24 &= 18
\end{aligned}
$$

Qu'est-ce que les résultats ont de spécial ?

1. Pourquoi argumenter et comment favoriser le questionnement ?

1.3. Argumenter pour éclairer, parce qu'on veut comprendre les raisons d'une situation

$$
\begin{aligned}
82 - 28 &= 54 \\
53 - 35 &= 18 \\
65 - 56 &= 9 \\
72 - 27 &= 45 \\
84 - 48 &= 36 \\
85 - 58 &= 27 \\
21 - 12 &= 9 \\
42 - 24 &= 18
\end{aligned}
$$

Qu'est-ce que les résultats ont de spécial ? Ce sont des multiples de 9 !

$$
\begin{aligned}
\underline{ab} - \underline{ba} &= (a \cdot 10 + b) - (b \cdot 10 + a), \\
&= 9a - 9b, \\
&= 9(a - b).
\end{aligned}
$$

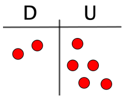
Et $9(a-b)$ est bien un multiple de 9.
Ce raisonnement nous montre la raison de cette régularité et nous permet de calculer rapidement les différences :

$$
\begin{aligned}
82 - 28 &= 9 \cdot (8 - 2), \\
&= 9 \cdot 6, \\
&= 54.
\end{aligned}
$$

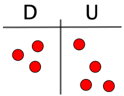
1. Pourquoi argumenter et comment favoriser le questionnement ?

1.3. Argumenter pour éclairer, parce qu'on veut comprendre les raisons d'une situation

Représentons 25 dans un abaque.

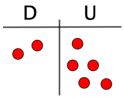


Que se passe-t-il si on déplace un jeton de la colonne des unités vers celle des dizaines ?

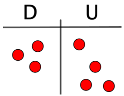


1.3. Argumenter pour éclairer, parce qu'on veut comprendre les raisons d'une situation

Représentons 25 dans un abaque.



Que se passe-t-il si on déplace un jeton de la colonne des unités vers celle des dizaines ?



Cela revient à ajouter 9.

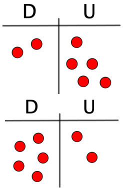
1. Pourquoi argumenter et comment favoriser le questionnement ?

1.3. Argumenter pour éclairer, parce qu'on veut comprendre les raisons d'une situation

Que signifie « $52 - 25 = ?$ ».

1.3. Argumenter pour éclairer, parce qu'on veut comprendre les raisons d'une situation

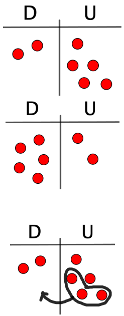
Que signifie « $52 - 25 =?$ ».



1. Pourquoi argumenter et comment favoriser le questionnement ?

1.3. Argumenter pour éclairer, parce qu'on veut comprendre les raisons d'une situation

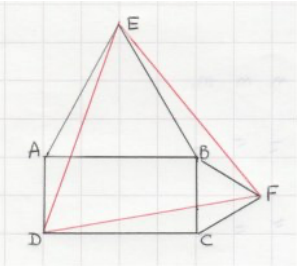
Que signifie « $52 - 25 = ?$ ».



Donc $52 - 25 = 3 \times 9$.

Nature d'un triangle

Soit un rectangle ABCD. Sur les côtés [AB] et [BC], on construit les triangles équilatéraux ABE et BCF. Quelle est la nature du triangle DEF ?



Source : IREM de Poitiers[6].

1. Pourquoi argumenter et comment favoriser le questionnement ?

1.3. Argumenter pour éclairer, parce qu'on veut comprendre les raisons d'une situation

Favoriser la recherche d'arguments en proposant des situations étonnantes,
en donnant l'occasion de conjecturer et de démontrer des propositions non évidentes.

1. **Pourquoi argumenter et comment favoriser le questionnement ?**
    1.1 Pour trouver une solution
    1.2 Pour convaincre ou se convaincre
    1.3 Pour éclairer, comprendre les raisons
    1.4 **Pour mettre de l'ordre déductif dans ses connaissances**
2. Des outils sur lesquels l'argumentation peut s'appuyer
3. S'exprimer pour argumenter
4. Un problème analysé à la lumière de ce qui précède

1.4. Argumenter pour mettre de l'ordre déductif dans ses connaissances

Pour établir des petits îlots déductifs (en 3e secondaire)
ou déduire une proposition des axiomes (plus tard)...

Démontrer des propositions évidentes

Démontre que, dans un triangle isocèle, la bissectrice de l'angle au sommet est aussi la médiane relative à la base.

1.4. Argumenter pour mettre de l'ordre déductif dans ses connaissances

S'il est vrai qu'elles permettent de rendre explicites les liens déductifs entre diverses propositions rencontrées,

- ce type d'activités (démontrer des évidences) ne devrait pas arriver trop tôt dans l'apprentissage de la démonstration,
- les intentions doivent être clairement expliquées,
- et les propositions que les élèves peuvent utiliser doivent être clairement identifiées.

S'exprimer, argumenter et convaincre à tout âge en mathématiques

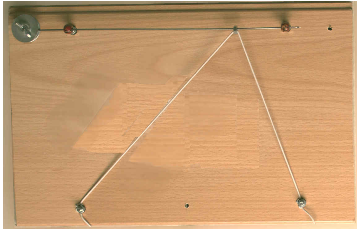
1. Pourquoi argumenter et comment favoriser le questionnement ?
2. **Des outils sur lesquels l'argumentation peut s'appuyer**
3. S'exprimer pour argumenter
4. Un problème analysé à la lumière de ce qui précède

2. Des outils sur lesquels l'argumentation peut s'appuyer

Une activité pour la fin du primaire ou le début du secondaire.

Des familles de triangles représentées à l'aide de divers matériels

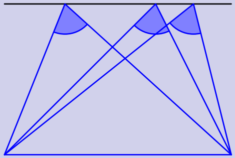
On donne aux apprenants divers matériels permettant la construction dynamique de familles de triangles et on leur demande de déterminer les propriétés partagées par tous les triangles obtenus à l'aide d'un même matériel dont celui-ci.



2. Des outils sur lesquels l'argumentation peut s'appuyer

Conjecture d'un groupe d'étudiants de 1er BAC AESI :

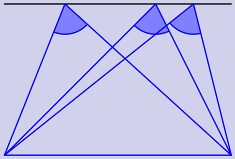
L'angle au sommet mobile du triangle reste constant.



2. Des outils sur lesquels l'argumentation peut s'appuyer

Conjecture d'un groupe d'étudiants de 1er BAC AESI :

L'angle au sommet mobile du triangle reste constant.



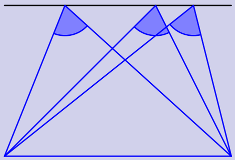
Cela semble plausible et raisonnable. . .

- Expérimentation avec le matériel concret.
- Somme des amplitudes des angles d'un triangle,
  avec les angles à la base qui « se compensent » lors du mouvement du sommet.

2. Des outils sur lesquels l'argumentation peut s'appuyer

Conjecture d'un groupe d'étudiants de 1^er^ BAC AESI :

L'angle au sommet mobile du triangle reste constant.



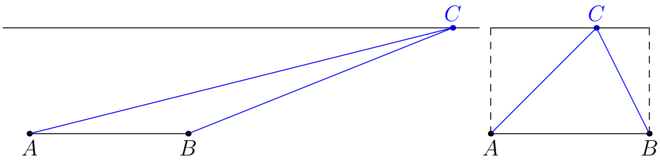
Se poser des questions
Conjecturer
Expérimenter
Vérifier la plausibilité
Faire des liens avec des connaissances

Cela semble plausible et raisonnable...

- Expérimentation avec le matériel concret.
- Somme des amplitudes des angles d'un triangle, avec les angles à la base qui « se compensent » lors du mouvement du sommet.

2. Des outils sur lesquels l'argumentation peut s'appuyer

Et si le troisième sommet sortait du cadre ?

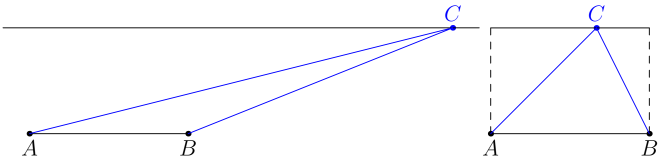


L'angle peut devenir aussi petit qu'on veut en déplaçant le sommet très loin. . .
. . . mais peut-être reste-t-il quand même constant dans la fenêtre limitée du rectangle ?

Se poser des questions
Conjecturer
Expérimenter
Vérifier la plausibilité
Faire des liens avec des connaissances

2. Des outils sur lesquels l'argumentation peut s'appuyer

Et si le troisième sommet sortait du cadre ?



L'angle peut devenir aussi petit qu'on veut en déplaçant le sommet très loin. . .

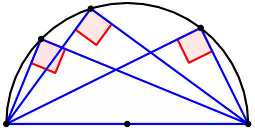
. . . mais peut-être reste-t-il quand même constant dans la fenêtre limitée du rectangle ?

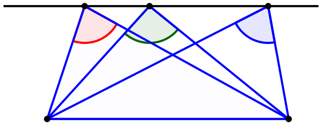
Se poser des questions
Conjecturer
Expérimenter
Vérifier la plausibilité
Faire des liens avec des connaissances
Faire varier les données
Sortir du cadre

Penser un mouvement

2. Des outils sur lesquels l'argumentation peut s'appuyer

La situation fait penser à celle du sommet qui se déplace sur le demi-cercle dont le diamètre est la base du triangle.
Dans ce cas, l'angle au sommet est toujours droit.





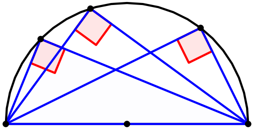
Ce serait étrange que l'angle reste constant à la fois sur un cercle et sur une droite. . .

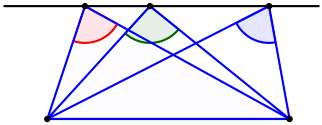
Se poser des questions
Conjecturer
Expérimenter
Vérifier la plausibilité
Faire des liens avec des connaissances
Faire varier les données
Sortir du cadre

Penser un mouvement

2. Des outils sur lesquels l'argumentation peut s'appuyer

La situation fait penser à celle du sommet qui se déplace sur le demi-cercle dont le diamètre est la base du triangle.
Dans ce cas, l'angle au sommet est toujours droit.





Ce serait étrange que l'angle reste constant à la fois sur un cercle et sur une droite...

Se poser des questions
Conjecturer
Expérimenter
Vérifier la plausibilité
Faire des liens avec des connaissances
Faire varier les données
Sortir du cadre

Penser un mouvement

2. Des outils sur lesquels l'argumentation peut s'appuyer

On pourrait aussi s'intéresser à deux positions particulières et voir si l'angle est bien le même.

- mesures différentes d'angles sur une figure. . .
  mais peut-être les mesures ne sont-elles pas assez précises ?
  et puis, peut-on se fier à des mesures ?
- calcul des angles pour deux positions particulières avec la trigonométrie :
  ils sont bien différents.

Se poser des questions
Conjecturer
Expérimenter
Vérifier la plausibilité
Faire des liens avec des connaissances
Faire varier les données
Sortir du cadre

Penser un mouvement

2. Des outils sur lesquels l'argumentation peut s'appuyer

On pourrait aussi s'intéresser à deux positions particulières et voir si l'angle est bien le même.

- mesures différentes d'angles sur une figure. . .
  mais peut-être les mesures ne sont-elles pas assez précises ?
  et puis, peut-on se fier à des mesures ?
- calcul des angles pour deux positions particulières avec la trigonométrie :
  ils sont bien différents.

Se poser des questions
Conjecturer
Expérimenter
Vérifier la plausibilité
Faire des liens avec des connaissances
Faire varier les données
Sortir du cadre
Recourir à des exemples ou contre-exemples

Penser un mouvement

2. Des outils sur lesquels l'argumentation peut s'appuyer

Cet exemple illustre que, pour argumenter en mathématiques, on a besoin d'**outils** :

- des *démarches transversales*,
- des démarches plus spécifiques, ici à la géométrie, que nous appelons des *outils de pensée*.

Se poser des questions
Conjecturer
Expérimenter
Vérifier la plausibilité
Faire des liens avec des connaissances
Faire varier les données
Sortir du cadre
Recourir à des exemples ou contre-exemples

Penser un mouvement

2. Des outils sur lesquels l'argumentation peut s'appuyer

Cet exemple illustre que, pour argumenter en mathématiques, on a besoin d'**outils** :

- des *démarches transversales*,
- des démarches plus spécifiques, ici à la géométrie, que nous appelons des *outils de pensée*.

Se poser des questions
Conjecturer
Expérimenter
Vérifier la plausibilité
Faire des liens avec des connaissances
Faire varier les données
Sortir du cadre
Recourir à des exemples ou contre-exemples

Penser un mouvement

Il y en a d'autres. . .

2. Des outils sur lesquels l'argumentation peut s'appuyer

Cet exemple illustre que, pour argumenter en mathématiques, on a besoin d'**outils** :

- des *démarches transversales*,
- des démarches plus spécifiques, ici à la géométrie, que nous appelons des *outils de pensée*.

Proposer des situations qui travaillent ces démarches
dès le plus jeune âge
afin que l'élève se construise progressivement
une « boite à outils » riche et bien intégrée
qui pourra soutenir son intuition et
la construction de raisonnements argumentés.

Se poser des questions
Conjecturer
Expérimenter
Vérifier la plausibilité
Faire des liens avec des connaissances
Faire varier les données
Sortir du cadre
Recourir à des exemples ou contre-exemples

Penser un mouvement

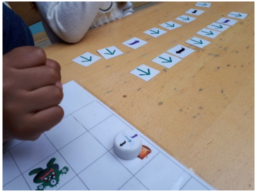
Il y en a d'autres...

1. Pourquoi argumenter et comment favoriser le questionnement ?
2. **Des outils sur lesquels l'argumentation peut s'appuyer**
   2.1 **Des situations pour travailler des démarches transversales et outils de pensée en géométrie**
   2.2 Des situations pour travailler des démarches transversales et outils de pensée en nombres
   2.3 Et en algèbre et en analyse ?
3. S'exprimer pour argumenter
4. Un problème analysé à la lumière de ce qui précède

2. Des outils sur lesquels l'argumentation peut s'appuyer

2.1. Des situations pour travailler des démarches transversales et outils de pensée en géométrie

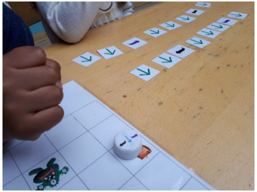
Guidage d'un robot



2. Des outils sur lesquels l'argumentation peut s'appuyer

2.1. Des situations pour travailler des démarches transversales et outils de pensée en géométrie

Guidage d'un robot

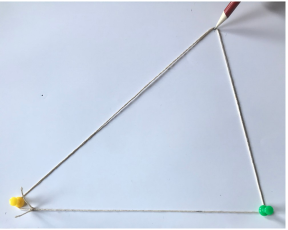


Expérimenter
Anticiper

Réaliser un mouvement
Penser un mouvement
Changer de point de vue

Des familles de triangles à l'aide d'une corde

À l'aide d'une corde fermée tendue, on représente le contour d'un triangle dont deux points sont fixés. Identifiez tous les types de triangles (leur nature) que l'on peut créer en déplaçant le troisième sommet.

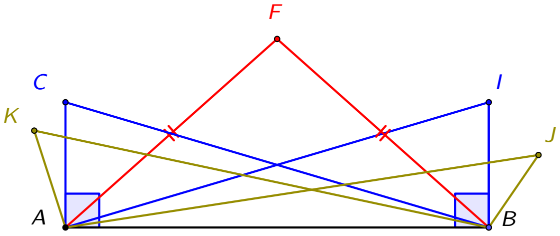


2. Des outils sur lesquels l'argumentation peut s'appuyer

2.1. Des situations pour travailler des démarches transversales et outils de pensée en géométrie

Considérerons quelques cas particuliers pour commencer.

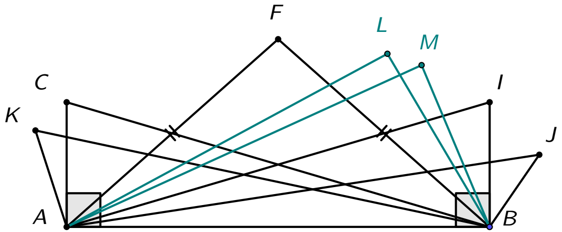
Se poser des questions
Expérimenter
Considérer des cas particuliers



Exploiter la symétrie

Mais y a-t-il d'autres triangles de ces mêmes natures ?
Et des triangles d'autres natures ?

Et si on faisait des essais en des positions « quelconques » ?



Les manipulations et le rapporteur ne suffisent plus, cela demande réflexion.

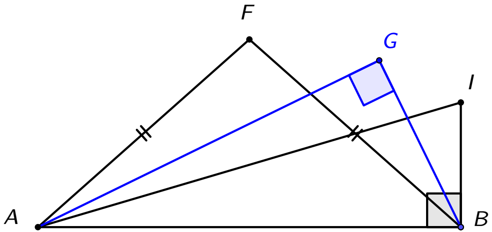
Se poser des questions
Expérimenter
Considérer des cas particuliers
Réaliser des essais

Exploiter la symétrie

2. Des outils sur lesquels l'argumentation peut s'appuyer

2.1. Des situations pour travailler des démarches transversales et outils de pensée en géométrie

En bougeant le sommet, on déforme de manière continue en passant par un cas frontière entre deux familles.



Par argument de continuité, entre l'angle aigu en I et l'angle obtus en F, il doit bien y avoir une frontière entre ces deux types d'angles : un angle droit.

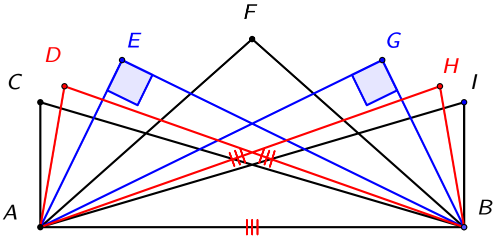
Se poser des questions
Expérimenter
Considérer des cas particuliers,
des cas « frontières »
Réaliser des essais

Exploiter la symétrie
Réaliser un mouvement
Déformer de manière continue

2. Des outils sur lesquels l'argumentation peut s'appuyer

2.1. Des situations pour travailler des démarches transversales et outils de pensée en géométrie

On pourrait changer de point de vue sur le matériel,
et chercher des triangles isocèles « couchés » sur leur côté.



Des triangles isocèles (*ADB* et *AHB*)
et des triangles rectangles (*AEB* et *AGB*)
dans des positions moins standards.

Se poser des questions
Expérimenter
Considérer des cas particuliers,
des cas « frontières »
Réaliser des essais

Exploiter la symétrie
Réaliser un mouvement
Déformer de manière continue
Changer de point de vue

1. Pourquoi argumenter et comment favoriser le questionnement ?
2. **Des outils sur lesquels l'argumentation peut s'appuyer**
    2.1 Des situations pour travailler des démarches transversales et outils de pensée en géométrie
    2.2 **Des situations pour travailler des démarches transversales et outils de pensée en nombres**
    2.3 Et en algèbre et en analyse ?
3. S'exprimer pour argumenter
4. Un problème analysé à la lumière de ce qui précède

Les modules de paix

2. Des outils sur lesquels l'argumentation peut s'appuyer

2.2. Des situations pour travailler des démarches transversales et outils de pensée en nombres

Les modules de paix

Représenter de manière structurée une situation numérique

Différences particulières

Calcule les différences suivantes et d'autres du même type.

$$\begin{aligned} 82 - 28 &= \\ 53 - 35 &= \\ 65 - 56 &= \\ 72 - 27 &= \\ 84 - 48 &= \\ 85 - 58 &= \end{aligned}$$

Qu'est-ce que les résultats ont de spécial ?

Différences particulières

Calcule les différences suivantes et d'autres du même type.

$$
\begin{aligned}
82 - 28 &= \\
53 - 35 &= \\
65 - 56 &= \\
72 - 27 &= \\
84 - 48 &= \\
85 - 58 &=
\end{aligned}
$$

Qu'est-ce que les résultats ont de spécial ?

Réaliser des essais

Rechercher des régularités

Représenter de manière structurée une situation numérique

Somme de trois nombres consécutifs

Le nombre 69 est la somme de trois nombres (entiers) consécutifs.
Quels sont ces nombres ?
Même question pour 53.

Peut-être qu'en tâtonnant, on verra quelque chose ?

- Tâtonner :

$$20 + 21 + 22 = 63$$
$$21 + 22 + 23 = 66$$

- Mettre en évidence des régularités

$$20 + 21 + 22 = 3 \times 21$$
$$21 + 22 + 23 = 3 \times 22$$

- Expliquer (éclairer) cette constatation :

$$20 = 21 - 1 \qquad\qquad 21 \qquad\qquad 22 = 21 + 1.$$

Réaliser des essais-erreurs
Rechercher des régularités
Généraliser

On peut travailler avec un exemple numérique générique,
pour voir ce que cela donne dans les calculs,
sans faire attention à sa valeur particulière.

Réaliser des essais-erreurs
Rechercher des régularités
Généraliser

$$\begin{aligned} 9+10+11 &= (10-1)+10+(10+1) \\ &= (3\times 10)-1+1 \\ &= 3\times 10 \end{aligned}$$

Exploiter un exemple générique

La somme obtenue est donc égale au triple du nombre du milieu.
Donc le nombre du milieu est le tiers de 69.
Les trois nombres sont donc 22, 23 et 24.

On pourrait aussi modéliser par l'algèbre.
En désignant par n le premier nombre :

$$\begin{aligned} n+(n+1)+(n+2) &= 69 \\ 3n+3 &= 69 \\ 3(n+1) &= 69 \\ n+1 &= 23 \\ n &= 22 \end{aligned}$$

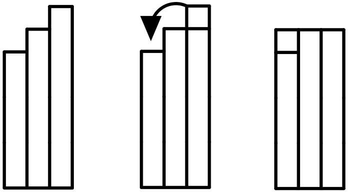
Ou, en exploitant la symétrie de la situation et en désignant par m le nombre du milieu :

$$\begin{aligned} (m-1)+m+(m+1) &= 69 \\ 3m-1+1 &= 69 \\ 3m &= 69 \\ m &= 23 \end{aligned}$$

Réaliser des essais-erreurs
Rechercher des régularités
Généraliser

Exploiter un exemple générique
Modéliser par l'algèbre
Exploiter la symétrie

Et en dessinant ?



Réaliser des essais-erreurs
Rechercher des régularités
Généraliser

Exploiter un exemple générique
Modéliser par l'algèbre
Exploiter la symétrie
Représenter de manière structurée une situation numérique

2. Des outils sur lesquels l'argumentation peut s'appuyer

2.3. Et en algèbre et analyse ?

On aurait pu aussi se pencher sur l'algèbre ou l'analyse, avec des outils tels que

- remplacer des lettres par des nombres,
- représenter graphiquement,
- imaginer un comportement « à la limite »
- exploiter des symétries du problème,
- faire varier autour d'une valeur,
- etc.

2. Des outils sur lesquels l'argumentation peut s'appuyer

- Les démarches transversales et outils de pensée relevés dans ces situations ne sont bien évidemment pas exhaustifs.
- Un bon nombre sont communs à la résolution de problèmes.
- Ils peuvent se travailler à tout âge.

2. Des outils sur lesquels l'argumentation peut s'appuyer

- Les démarches transversales et outils de pensée relevés dans ces situations ne sont bien évidemment pas exhaustifs.
- Un bon nombre sont communs à la résolution de problèmes.
- Ils peuvent se travailler à tout âge.

Choisir des situations d'apprentissage à l'aide du critère de la richesse et de la variété des démarches transversales et outils de pensées travaillés.
Faire prendre du recul aux élèves sur les démarches et outils utilisés pour enrichir leur « boite à outils » mobilisable dans d'autres situations.

S'exprimer, argumenter et convaincre à tout âge en mathématiques

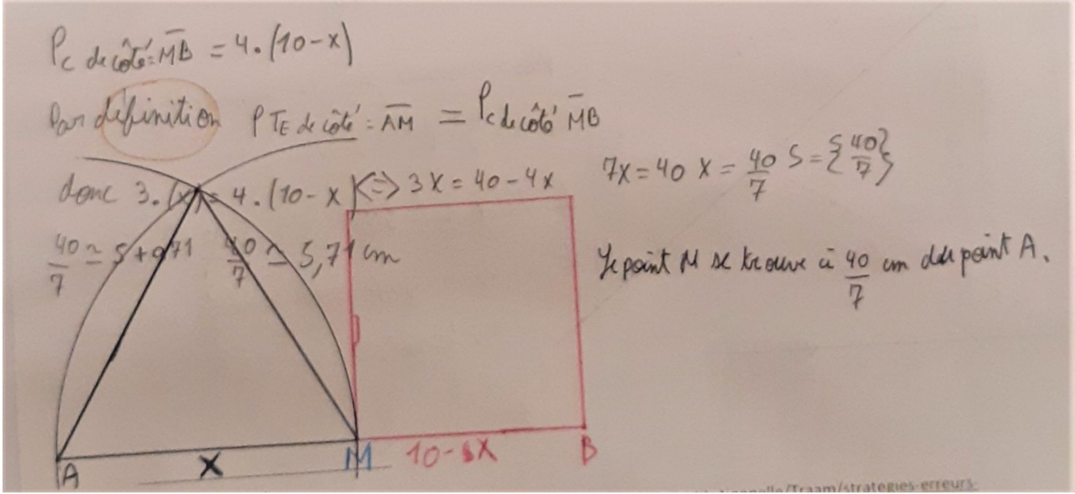
1. Pourquoi argumenter et comment favoriser le questionnement ?
2. Des outils sur lesquels l'argumentation peut s'appuyer
3. **S'exprimer pour argumenter**
4. Un problème analysé à la lumière de ce qui précède

Des consignes qui invitent à l'expression

« *Explique comment tu as fait.* »
« *Dessine la situation.* »
« *Écris les calculs qui parlent de ça.* »
« *Justifie, schéma à l'appui.* »
« *Écris un texte avec dessins pour convaincre les autres que tu as raison.* »
« *Pourquoi ? Argumentez.* »
« *Conjecturez et démontrez.* »

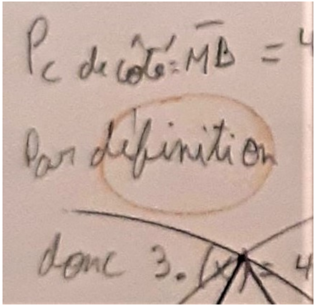
3. S'exprimer pour argumenter

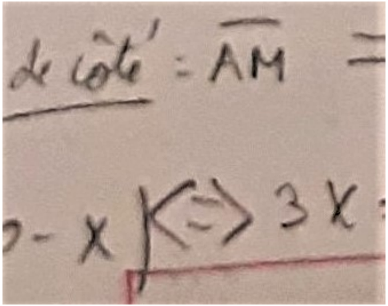
3.1. Du langage naturel au langage mathématique

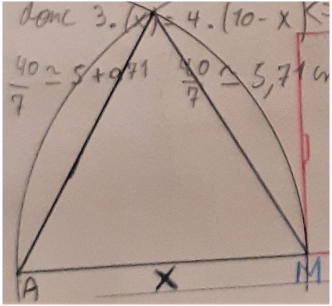


3. S'exprimer pour argumenter

3.1. Du langage naturel au langage mathématique







Les arguments mathématiques s'expriment principalement en *langage naturel*, en y intégrant un vocabulaire spécifique, des symboles et des images, pour former le *langage mathématique*.

Le traitement des implicites

Implicite : information sous-entendue, « à lire entre les lignes ».

Le traitement des implicites

Implicite : information sous-entendue, « à lire entre les lignes ».

Nous savons que si un nombre divise 15, il divise 30.
Je pense à un nombre (naturel), et je vous dis que ce nombre ne divise pas 15.
Que pouvez-vous en conclure ?

Le traitement des implicites

Implicite : information sous-entendue, « à lire entre les lignes ».

> *Nous savons que si un nombre divise 15, il divise 30.*
> *Je pense à un nombre (naturel), et je vous dis que ce nombre ne divise pas 15.*
> *Que pouvez-vous en conclure ?*

Ce nombre pourrait-il être un diviseur de 30 ?

Le traitement des implicites

Implicite : information sous-entendue, « à lire entre les lignes ».

> *Nous savons que si un nombre divise 15, il divise 30.*
> *Je pense à un nombre (naturel), et je vous dis que ce nombre ne divise pas 15.*
> *Que pouvez-vous en conclure ?*

Ce nombre pourrait-il être un diviseur de 30 ?

Oui ! Par exemple 2, ou 6.

Raisonnement-piège :

> *Si un nombre divise 15, il divise 30.*
> *Or le nombre caché ne divise pas 15,*
> *donc le nombre caché ne divise pas 30.*

3. S'exprimer pour argumenter

3.2. Une difficulté du langage mathématique

Raisonnement-piège :

Si un nombre divise 15, il divise 30.
Or le nombre caché ne divise pas 15,
donc le nombre caché ne divise pas 30.

Ce raisonnement est incorrect.

3. S'exprimer pour argumenter

3.2. Une difficulté du langage mathématique

Raisonnement-piège :

Si un nombre divise 15, il divise 30.
Or le nombre caché ne divise pas 15,
donc le nombre caché ne divise pas 30.

Ce raisonnement est incorrect.

Comparons avec la situation suivante, tirée du quotidien :

3. S'exprimer pour argumenter

3.2. Une difficulté du langage mathématique

Raisonnement-piège :

Si un nombre divise 15, il divise 30.
Or le nombre caché ne divise pas 15,
donc le nombre caché ne divise pas 30.

Ce raisonnement est incorrect.

Comparons avec la situation suivante, tirée du quotidien :

Si tu finis ton assiette, tu auras un dessert.
Je vois que tu n'as pas fini ton assiette !

Raisonnement-piège :

> *Si un nombre divise 15, il divise 30.*
> *Or le nombre caché ne divise pas 15,*
> *donc le nombre caché ne divise pas 30.*

Ce raisonnement est incorrect.

Comparons avec la situation suivante, tirée du quotidien :

> *Si tu finis ton assiette, tu auras un dessert.*
> *Je vois que tu n'as pas fini ton assiette !*
> *Donc tu n'auras pas de dessert.*

3.2. Une difficulté du langage mathématique

Raisonnement-piège :

Si un nombre divise 15, il divise 30.
Or le nombre caché ne divise pas 15,
donc le nombre caché ne divise pas 30.

Ce raisonnement est incorrect.

Comparons avec la situation suivante, tirée du quotidien :

Si tu finis ton assiette, tu auras un dessert.
Je vois que tu n'as pas fini ton assiette !
Donc tu n'auras pas de dessert.

3.2. Une difficulté du langage mathématique

Raisonnement-piège :

> *Si un nombre divise 15, il divise 30.*
> *Or le nombre caché **ne** divise **pas** 15,*
> *donc le nombre caché ne divise pas 30.*

Ce raisonnement est incorrect.

Comparons avec la situation suivante, tirée du quotidien :

> *Si tu finis ton assiette, tu auras un dessert.*
> *Je vois que tu **n**'as **pas** fini ton assiette !*
> *Donc tu n'auras pas de dessert.*

3. S'exprimer pour argumenter

3.2. Une difficulté du langage mathématique

Raisonnement-piège :

> *Si un nombre divise 15, il divise 30.*
> *Or le nombre caché **ne** divise **pas** 15,*
> *donc le nombre caché **ne** divise **pas** 30.*

Ce raisonnement est incorrect.

Comparons avec la situation suivante, tirée du quotidien :

> *Si tu finis ton assiette, tu auras un dessert.*
> *Je vois que tu **n**'as **pas** fini ton assiette !*
> *Donc tu **n**'auras **pas** de dessert.*

3. S'exprimer pour argumenter

3.2. Une difficulté du langage mathématique

Raisonnement-piège :

> *Si un nombre divise 15, il divise 30.*
> *Or le nombre caché **ne** divise **pas** 15,*
> *donc le nombre caché **ne** divise **pas** 30.*

Ce raisonnement est incorrect.

Comparons avec la situation suivante, tirée du quotidien :

> *Si tu finis ton assiette, tu auras un dessert.*
> *Je vois que tu **n**'as **pas** fini ton assiette !*
> *Donc tu **n**'auras **pas** de dessert.*

Implicitement : Si tu ne finis pas ton assiette, tu n'auras pas de dessert.

Dans un contexte d'argumentation mathématique,
l'utilisation de conditions implicites usuelles du langage naturel
peut conduire à une conclusion erronée.

Formuler sa pensée avec précision

L'activité suivante, ici vécue en 2e année de Bachelier AESI, peut être adaptée pour la fin du secondaire.

Implications dans le domaine des suites

Formulez des implications « raisonnables » (vraies ou fausses, mais pas fausses au premier coup d'oeil) en utilisant certaines des expressions « suite majorée » ou « suite non majorée », « suite croissante », « suite tendant vers l'infini ».

Kelly propose

Si une suite n'est ni croissante, ni décroissante, alors elle est majorée ou minorée ou ni l'un ni l'autre.

Kelly propose

Si une suite n'est ni croissante, ni décroissante, alors elle est majorée ou minorée ou ni l'un ni l'autre.

Dans un tout autre contexte, avec une structure analogue :

Si un quadrilatère n'est ni un rectangle, ni un losange, alors c'est un parallélogramme ou pas.

Kelly propose

Si une suite n'est ni croissante, ni décroissante, alors elle est majorée ou minorée ou ni l'un ni l'autre.

Dans un tout autre contexte, avec une structure analogue :

Si un quadrilatère n'est ni un rectangle, ni un losange, alors c'est un parallélogramme ou pas.

Réaction des autres étudiants :

- tu pourrais expliquer ce que tu veux dire car je ne comprends pas bien ?
- en fait, une suite est toujours majorée, minorée ou ni l'un, ni l'autre, donc qu'apporte cette conjecture ?

Après discussion :

Parmi les suites ni croissantes, ni décroissantes,
il y en a qui sont majorées, il y en a aussi qui sont minorées,
et il y en a même qui ne sont ni l'un ni l'autre.

Après discussion :

Parmi les suites ni croissantes, ni décroissantes,
il y en a qui sont majorées, il y en a aussi qui sont minorées,
et il y en a même qui ne sont ni l'un ni l'autre.

Et pour l'autre contexte :

Parmi les quadrilatères qui ne sont ni rectangles, ni losanges,
certains sont des parallélogrammes et d'autres pas.

Après discussion :

*Parmi les suites ni croissantes, ni décroissantes,
il y en a qui sont majorées, il y en a aussi qui sont minorées,
et il y en a même qui ne sont ni l'un ni l'autre.*

Et pour l'autre contexte :

*Parmi les quadrilatères qui ne sont ni rectangles, ni losanges,
certains sont des parallélogrammes et d'autres pas.*

Et ces propositions-là ont un intérêt !

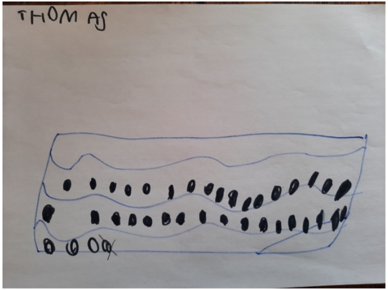
3. S'exprimer pour argumenter

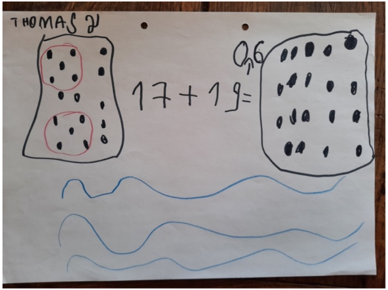
3.3. Le développement de l'expression en langage mathématique

Pas facile d'exprimer précisément sa pensée !

Accepter, dans un premier temps, l'imprécision
et profiter du travail collectif pour évoluer vers une expression précise.
Ce travail peut aller de pair avec les activités d'argumentation.

Des représentations qui évoluent





Essais de Thomas (1re primaire)

« [...] mes 5 ne sont pas arrangés de la même façon tout le temps : une fois comme le dé, une fois en ligne, une fois en colonne. . . c'est compliqué de voir juste alors. »

Des représentations qui évoluent

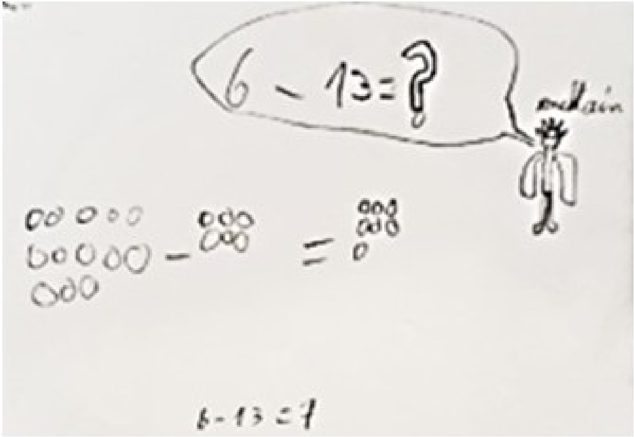
Voici une autre activité de représentation, testée en fin de primaire.

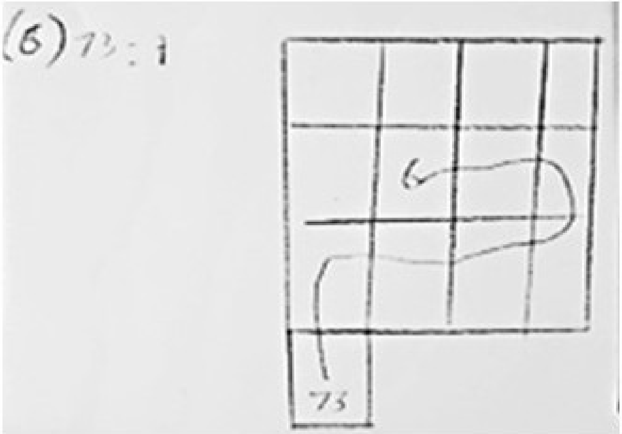
Le jeu de l'oie

Un pion avance de 6 cases. Il arrive sur la case 13. De quelle case est-il parti ?
Dessine la situation.
Écris les calculs qui parlent de ça.

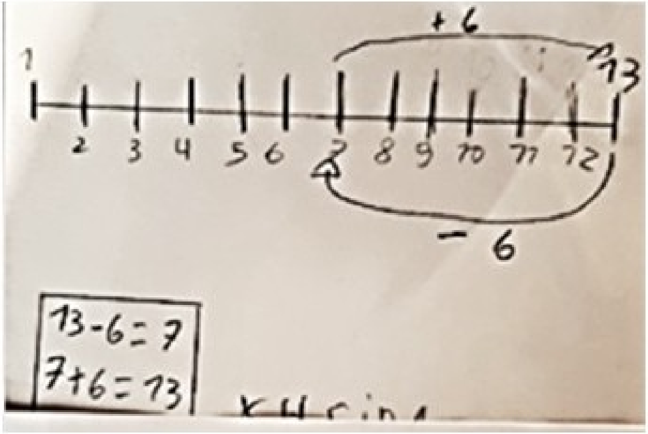
Voici trois productions qui montrent la diversité des représentations possibles pour une même situation.

3.3. Le développement de l'expression en langage mathématique





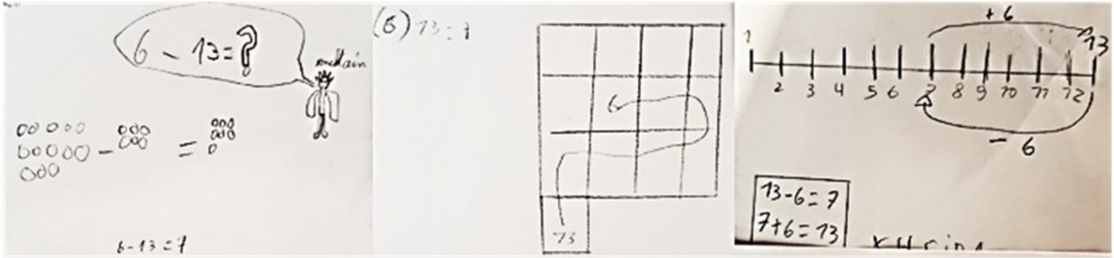
(6) 73 : 1
6
73



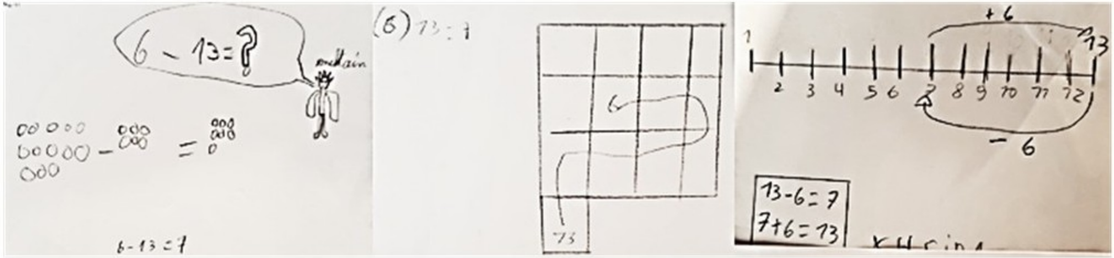
+6
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
−6
13-6=7
7+6=13

3. S'exprimer pour argumenter

3.3. Le développement de l'expression en langage mathématique

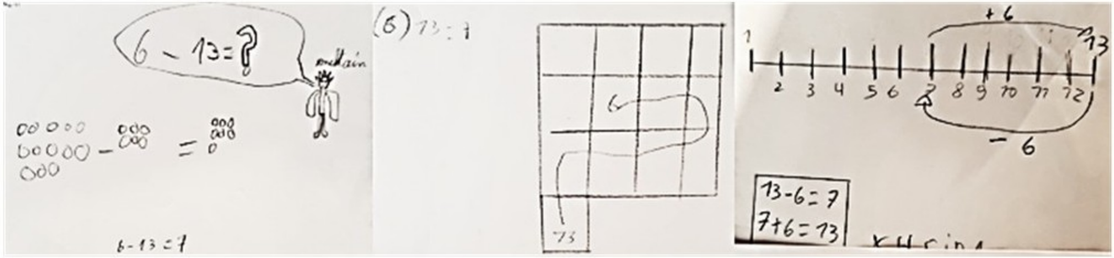


Chaque dessin



Chaque dessin

- se détache plus ou moins fortement de la situation concrète de départ ;



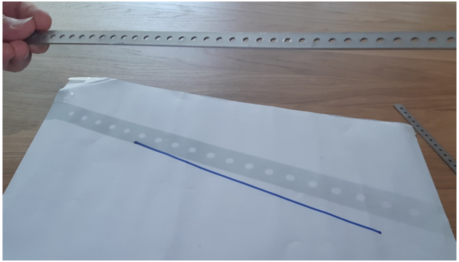
Chaque dessin

- se détache plus ou moins fortement de la situation concrète de départ ;
- capture d'une manière différente les nombres et opérations mathématiques en jeu (notamment le nombre vu comme cardinal ou comme ordinal).

L'activité suivante a été proposée en formation d'étudiants.
Elle est adaptable pour des élèves de 3e secondaire.

Ombres à la lampe

On dispose de lampes (de smartphone) et de barrettes de Meccano.



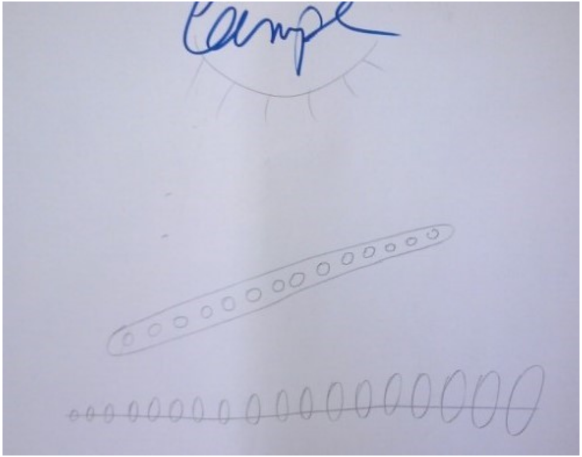
À l'aide de ce matériel, partagez le segment dessiné sur votre feuille en deux parties dont l'une est deux fois plus longue que l'autre.

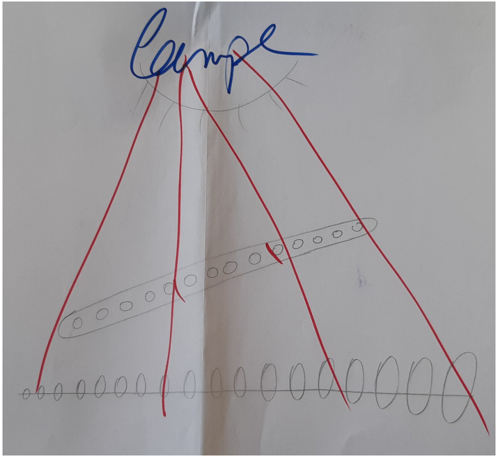
Après avoir expérimenté, réalisez, pour chacun des cas, qu'il fonctionne ou non, un schéma représentant la situation.

Voici un échantillon des schémas produits.

3. S'exprimer pour argumenter

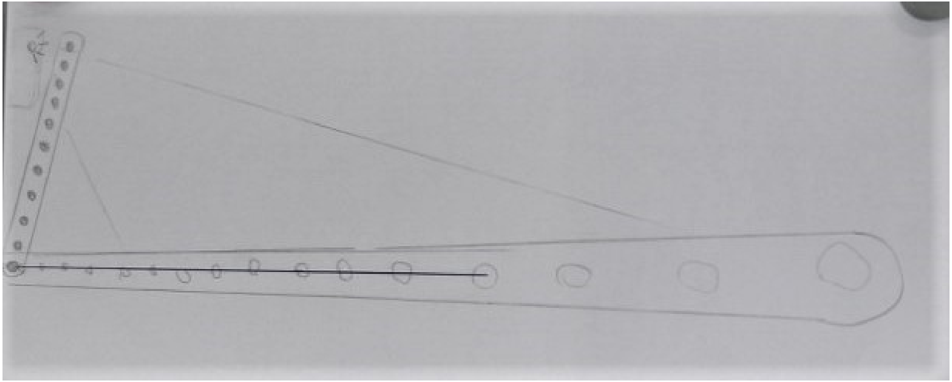
3.3. Le développement de l'expression en langage mathématique





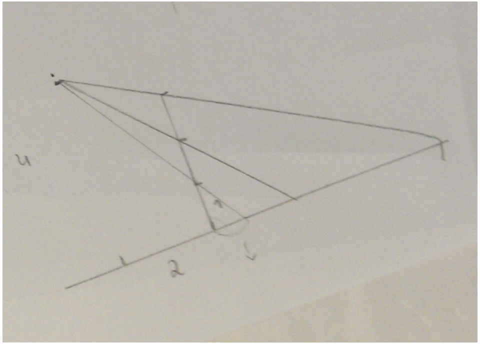
3. S'exprimer pour argumenter

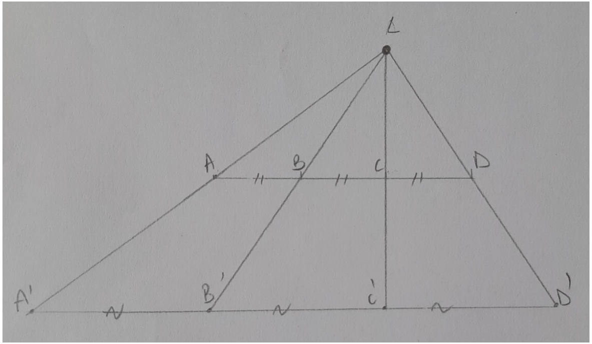
3.3. Le développement de l'expression en langage mathématique



3. S'exprimer pour argumenter

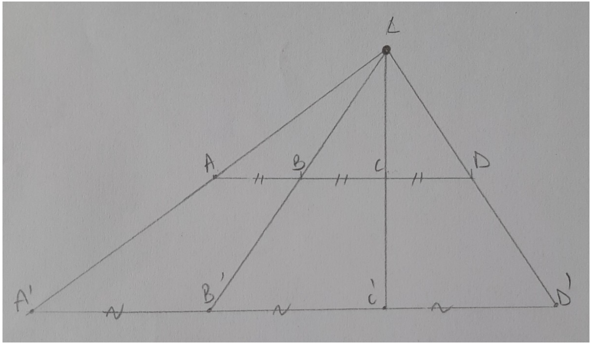
3.3. Le développement de l'expression en langage mathématique





Cette dernière représentation

- se détache complètement du matériel concret,
- n'utilise que des objets mathématiques (points et droites),
- isole les caractéristiques pertinentes pour l'analyse mathématique de la situation,
- est codée.



Elle est prête pour servir de base à la démonstration des propriétés conjecturées.

Au fil de la scolarité, l'expression progresse vers l'abstraction.

En géométrie, le dessin devient *figure*, au service de l'argumentation.

S'exprimer, argumenter et convaincre à tout âge en mathématiques

1. Pourquoi argumenter et comment favoriser le questionnement ?
2. Des outils sur lesquels l'argumentation peut s'appuyer
3. S'exprimer pour argumenter
4. **Un problème analysé à la lumière de ce qui précède**

4. Un problème analysé à la lumière de ce qui précède

4.1. Vers plus d'ouverture

Outils d'Évaluation pour les Humanités générales et Technologiques, Mathématiques, Démontrer en géométrie, Prisme droit, 2e degré, 3e année, SeGEC.

Outil d'évaluation sur le théorème de Pythagore

Dans le prisme droit représenté ci-dessous, ***Q*** est un point fixé sur une arête. En le reliant aux sommets ***A*** et ***F***, on obtient un triangle.

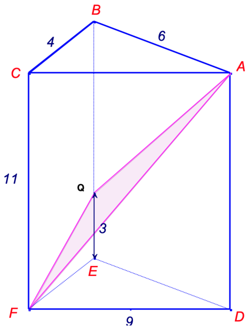
Différentes mesures sont données sur la figure.

On te demande de démontrer (prouver) que le triangle ***AQF*** N'EST PAS un triangle rectangle.

Tu commenceras ta démonstration en indiquant ce qui t'est donné et ce que tu dois prouver.

Tu justifieras tes réponses en citant et mentionnant les théorèmes et/ou les propriétés que tu utilises (dans ta démonstration.)

Tu veilleras également à faire apparaître la structure de ta démarche.



4. Un problème analysé à la lumière de ce qui précède

4.1. Vers plus d'ouverture

Question d'évaluation. Application du théorème de Pythagore.
L'élève ne doit pas se prononcer sur la véracité de ce qui est énoncé.

4. Un problème analysé à la lumière de ce qui précède

4.1. Vers plus d'ouverture

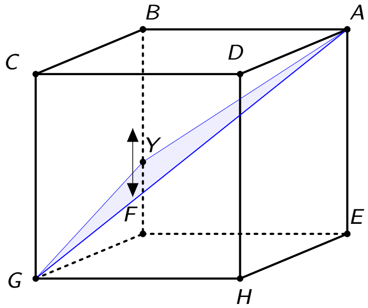
Question d'évaluation. Application du théorème de Pythagore.
L'élève ne doit pas se prononcer sur la véracité de ce qui est énoncé.

Nous avons conçu une activité de débat, en élargissant la question.

Partir de questions existantes, les rendre plus ouvertes,
pour permettre aux élèves de se faire une opinion.

Le triangle dans le cube

La figure ci-dessous représente un cube. Le point Y appartient à $[BF]$.
Conjecturez à propos de la nature du triangle AYG.



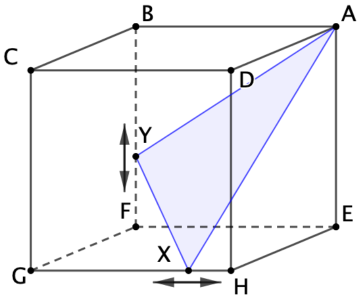
4. Un problème analysé à la lumière de ce qui précède

4.1. Vers plus d'ouverture

Un problème encore plus ouvert.

Le triangle dans le cube

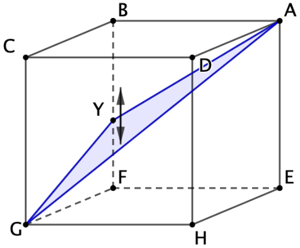
La figure ci-dessous représente un cube. Le point X appartient à $[GH]$, le point Y à $[BF]$. Conjecturez à propos de la nature du triangle AXY.



4. Un problème analysé à la lumière de ce qui précède

4.2. Des raisons et des occasions d'argumenter

Examinons une conjecture fréquente :
« le triangle AYG est rectangle ».

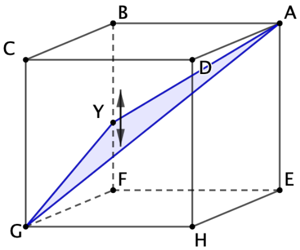


4. Un problème analysé à la lumière de ce qui précède

4.2. Des raisons et des occasions d'argumenter

Examinons une conjecture fréquente :
« le triangle AYG est rectangle ».

Cette conjecture ne convainc pas tout le monde. Certains la défendent à l'aide d'arguments :

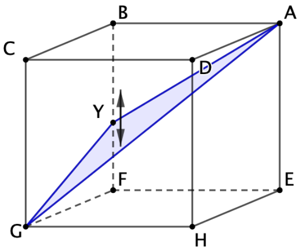


4. Un problème analysé à la lumière de ce qui précède

4.2. Des raisons et des occasions d'argumenter

Examinons une conjecture fréquente :
« le triangle AYG est rectangle ».

Cette conjecture ne convainc pas tout le monde. Certains la défendent à l'aide d'arguments :



Argumenter pour convaincre les autres

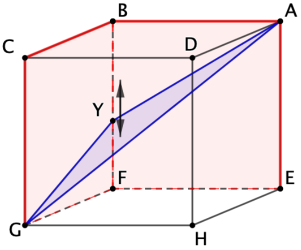
4. Un problème analysé à la lumière de ce qui précède

4.2. Des raisons et des occasions d'argumenter

Examinons une conjecture fréquente : « le triangle AYG est rectangle ».

Cette conjecture ne convainc pas tout le monde. Certains la défendent à l'aide d'arguments : « les deux segments $[AY]$ et $[YG]$ appartiennent à des plans perpendiculaires, donc ils sont perpendiculaires ».

Certains réfutent cet argument en évoquant une autre situation :



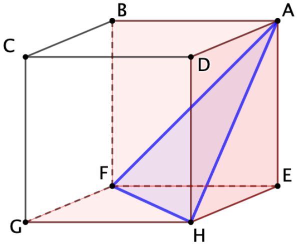
Argumenter pour convaincre les autres

4. Un problème analysé à la lumière de ce qui précède

4.2. Des raisons et des occasions d'argumenter

Examinons une conjecture fréquente :
« le triangle AYG est rectangle ».

Cette conjecture ne convainc pas tout le monde. Certains la défendent à l'aide d'arguments : « les deux segments $[AY]$ et $[YG]$ appartiennent à des plans perpendiculaires, donc ils sont perpendiculaires ».



Argumenter pour convaincre les autres

Certains réfutent cet argument en évoquant une autre situation :

« les côtés du triangle AFH sont dans des plans deux à deux perpendiculaires et pourtant ce triangle est équilatéral ».

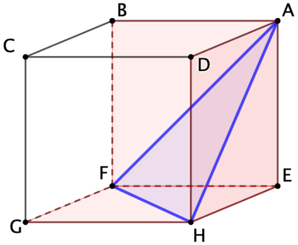
Ils trouvent un contrexemple pour invalider l'argument.

4. Un problème analysé à la lumière de ce qui précède

4.2. Des raisons et des occasions d'argumenter

Examinons une conjecture fréquente :
« le triangle AYG est rectangle ».

Cette conjecture ne convainc pas tout le monde. Certains la défendent à l'aide d'arguments : « les deux segments $[AY]$ et $[YG]$ appartiennent à des plans perpendiculaires, donc ils sont perpendiculaires ».



Argumenter pour convaincre les autres

Certains réfutent cet argument en évoquant une autre situation :

Argumenter pour réfuter

« les côtés du triangle AFH sont dans des plans deux à deux perpendiculaires et pourtant ce triangle est équilatéral ».

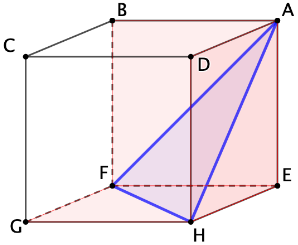
Ils trouvent un contrexemple pour invalider l'argument.

4. Un problème analysé à la lumière de ce qui précède

4.2. Des raisons et des occasions d'argumenter

Examinons une conjecture fréquente :
« le triangle AYG est rectangle ».

Cette conjecture ne convainc pas tout le monde. Certains la défendent à l'aide d'arguments : « les deux segments $[AY]$ et $[YG]$ appartiennent à des plans perpendiculaires, donc ils sont perpendiculaires ».



Argumenter pour convaincre les autres

Certains réfutent cet argument en évoquant une autre situation :

Argumenter pour réfuter

« les côtés du triangle AFH sont dans des plans deux à deux perpendiculaires et pourtant ce triangle est équilatéral ».

Avoir l'occasion de se tromper.

Ils trouvent un contrexemple pour invalider l'argument.

4. Un problème analysé à la lumière de ce qui précède

4.3. Quelques outils sur lesquels l'argumentation peut s'appuyer

Se poser des questions
Recourir à un contrexemple

4. Un problème analysé à la lumière de ce qui précède

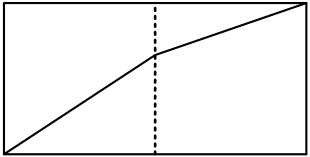
4.3. Quelques outils sur lesquels l'argumentation peut s'appuyer

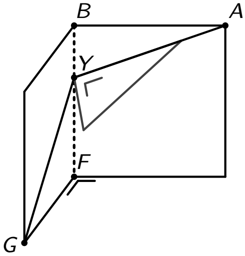
1. Représenter, bricoler, expérimenter. Permet de s'approprier le problème, de bien le visualiser. Et d'inspirer d'autres pistes.

Se poser des questions
Recourir à un contrexemple

Se poser des questions
Recourir à un contrexemple

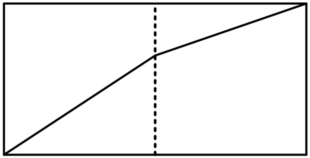
1. Représenter, bricoler, expérimenter. Permet de s'approprier le problème, de bien le visualiser. Et d'inspirer d'autres pistes.

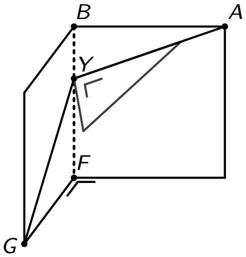




1. Représenter, bricoler, expérimenter. Permet de s'approprier le problème, de bien le visualiser. Et d'inspirer d'autres pistes.

Se poser des questions
Recourir à un contrexemple
Expérimenter



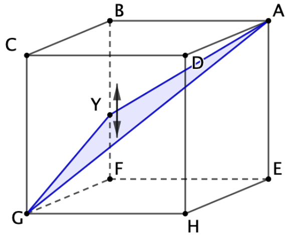


4. Un problème analysé à la lumière de ce qui précède

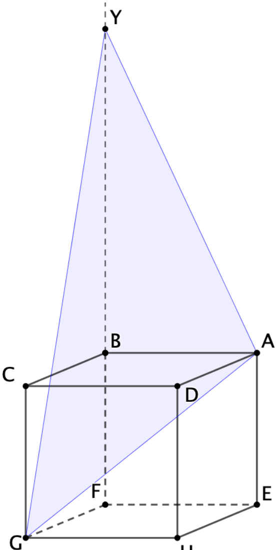
4.3. Quelques outils sur lesquels l'argumentation peut s'appuyer

2. Quand on tire Y vers le haut sur la demi-droite $[FB$,

Se poser des questions
Recourir à un contrexemple
Expérimenter



2. Quand on tire Y vers le haut sur la demi-droite $[FB$, on a l'intuition que l'on pourra rendre l'angle en Y aussi petit que l'on veut : l'angle en Y ne reste pas constant lorsque Y se déplace sur la droite FB.

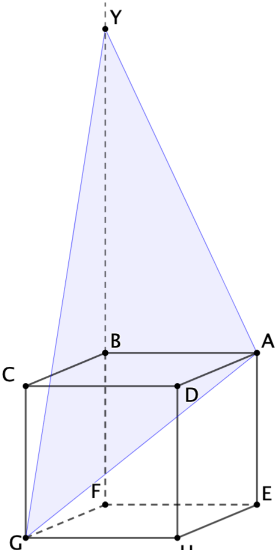


Se poser des questions
Recourir à un contrexemple
Expérimenter

4. Un problème analysé à la lumière de ce qui précède

4.3. Quelques outils sur lesquels l'argumentation peut s'appuyer

2. Quand on tire Y vers le haut sur la demi-droite $[FB$, on a l'intuition que l'on pourra rendre l'angle en Y aussi petit que l'on veut : l'angle en Y ne reste pas constant lorsque Y se déplace sur la droite FB.



Se poser des questions
Recourir à un contrexemple
Expérimenter

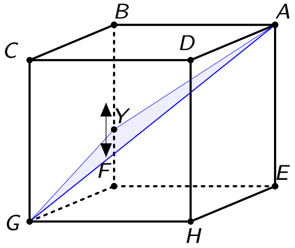
Sortir du cadre.
Penser un mouvement
Considérer un cas extrême

4. Un problème analysé à la lumière de ce qui précède

4.3. Quelques outils sur lesquels l'argumentation peut s'appuyer

3. Fixer $[AY]$, considérer les droites qui lui sont perpendiculaires.

On peut fixer un côté de l'angle en Y et se représenter toutes les droites perpendiculaires à AY passant par Y.



Se poser des questions
Recourir à un contrexemple
Expérimenter

Sortir du cadre.
Penser un mouvement
Considérer un cas extrêmes

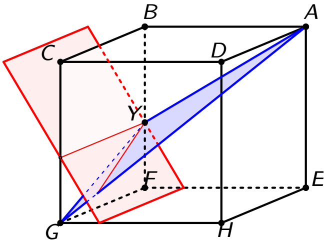
Isoler par la pensée

4. Un problème analysé à la lumière de ce qui précède

4.3. Quelques outils sur lesquels l'argumentation peut s'appuyer

3. Fixer $[AY]$, considérer les droites qui lui sont perpendiculaires.

On peut fixer un côté de l'angle en Y et se représenter toutes les droites perpendiculaires à AY passant par Y. En faisant tourner une telle droite perpendiculaire à AY autour de AY, on engendre, par un mouvement pensé le plan perpendiculaire à AY passant par Y. Or ce plan ne comprend pas G. L'angle $\widehat{AYG}$ n'est donc pas droit.



Expérimenter

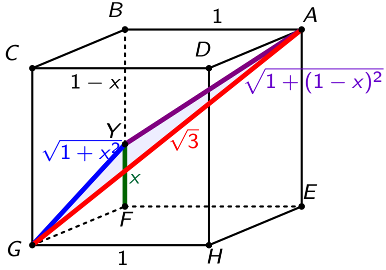
Sortir du cadre.
Penser un mouvement
Considérer un cas extrêmes

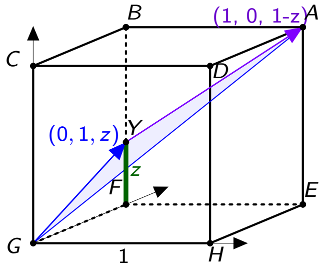
Isoler par la pensée

4. Un problème analysé à la lumière de ce qui précède

4.3. Quelques outils sur lesquels l'argumentation peut s'appuyer

4. Utiliser le théorème de Pythagore ou le produit scalaire.





$$\sqrt{1+x^2}^2+\sqrt{1+(1-x)^2}^2 \stackrel{?}{=} \sqrt{3}^2$$

$$(0,1,z)\cdot(0,1,(1-z)) \stackrel{?}{=} 0$$

Se poser des questions
Conjecturer
Expérimenter

Sortir du cadre.
Penser un mouvement
Considérer un cas extrêmes

Isoler par la pensée

Faire des liens avec des connaissances
Algébriser

Discuter de mathématiques

4. Un problème analysé à la lumière de ce qui précède

4.4. S'exprimer pour argumenter

Un extrait du débat Des étudiants avancent des arguments pour montrer que la conjecture (« le triangle AYG est rectangle ») est fausse...

Discuter de mathématiques

- David : « ça dépend ! »

4. Un problème analysé à la lumière de ce qui précède

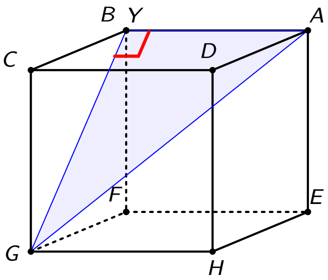
4.4. S'exprimer pour argumenter

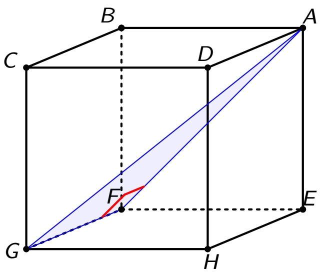
Un extrait du débat Des étudiants avancent des arguments pour montrer que la conjecture (« le triangle AYG est rectangle ») est fausse...

- David : « ça dépend ! »

Discuter de mathématiques

Ne pas interpréter de la même façon





4. Un problème analysé à la lumière de ce qui précède

4.4. S'exprimer pour argumenter

Un extrait du débat.
Des étudiants avancent des arguments pour montrer que la conjecture (« le triangle AYG est rectangle ») est fausse...

- David : « ça dépend ! »

Discuter de mathématiques

Ne pas interpréter de la même façon

Un extrait du débat.
Des étudiants avancent des arguments pour montrer que la conjecture (« le triangle AYG est rectangle ») est fausse...

- David : « ça dépend ! »
- Sonia : « la conjecture n'est pas bien formulée, il manque des mots ! »
- On clarifie : « Le triangle AYG est *toujours* rectangle ».

Discuter de mathématiques

Ne pas interpréter de la même façon

Un extrait du débat.
Des étudiants avancent des arguments pour montrer que la conjecture (« le triangle AYG est rectangle ») est fausse...

- David : « ça dépend ! »
- Sonia : « la conjecture n'est pas bien formulée, il manque des mots ! »
- On clarifie : « Le triangle AYG est *toujours* rectangle ».

Discuter de mathématiques

Ne pas interpréter de la même façon

Préciser une proposition

4. Un problème analysé à la lumière de ce qui précède

4.4. S'exprimer pour argumenter

Un extrait du débat.
Des étudiants avancent des arguments pour montrer que la conjecture (« le triangle AYG est rectangle ») est fausse...

- David : « ça dépend ! »
- Sonia : « la conjecture n'est pas bien formulée, il manque des mots ! »
- On clarifie : « Le triangle AYG est *toujours* rectangle ».
- David admet alors que l'énoncé est faux, mais il insiste sur le fait qu'on a quand même un triangle rectangle lorsque $Y = B$ ou F.
- Une étudiante : « on pourrait écrire un énoncé correct avec un *il existe* plutôt qu'un *pour tout* » : il existe des choix de Y pour lesquels le triangle est rectangle.

Discuter de mathématiques

Ne pas interpréter de la même façon

Préciser une proposition

4. Un problème analysé à la lumière de ce qui précède

4.4. S'exprimer pour argumenter

Un extrait du débat.
Des étudiants avancent des arguments pour montrer que la conjecture (« le triangle AYG est rectangle ») est fausse...

- David : « ça dépend ! »
- Sonia : « la conjecture n'est pas bien formulée, il manque des mots ! »
- On clarifie : « Le triangle AYG est *toujours* rectangle ».
- David admet alors que l'énoncé est faux, mais il insiste sur le fait qu'on a quand même un triangle rectangle lorsque $Y = B$ ou F.
- Une étudiante : « on pourrait écrire un énoncé correct avec un *il existe* plutôt qu'un *pour tout* » : il existe des choix de Y pour lesquels le triangle est rectangle.

Discuter de mathématiques

Ne pas interpréter de la même façon

Préciser une proposition

Modifier une proposition

4. Un problème analysé à la lumière de ce qui précède

4.5. Les mathématiques peuvent-elles servir à autre chose qu'à remplir des feuilles ?

Quel est l'intérêt d'inciter les élèves à douter, à argumenter, à débattre en classe ?

4. Un problème analysé à la lumière de ce qui précède

4.5. Les mathématiques peuvent-elles servir à autre chose qu'à remplir des feuilles ?

Quel est l'intérêt d'inciter les élèves à douter, à argumenter, à débattre en classe ? Tous les cours doivent participer au développement de la pensée argumentative et critique. Le cours de mathématique y participe-t-il s'il consiste à faire mémoriser des règles et des formules et à les faire appliquer, sans plus ?

4. Un problème analysé à la lumière de ce qui précède

4.5. Les mathématiques peuvent-elles servir à autre chose qu'à remplir des feuilles ?

Quel est l'intérêt d'inciter les élèves à douter, à argumenter, à débattre en classe ? Tous les cours doivent participer au développement de la pensée argumentative et critique. Le cours de mathématique y participe-t-il s'il consiste à faire mémoriser des règles et des formules et à les faire appliquer, sans plus ?

Les débats, les échanges autour d'un problème et les autres activités de ce type permettent de

- se positionner, penser les maths,
- acquérir des compétences d'expression, d'écoute, de respect,
- développer une habitude de se remettre en question et d'apprendre à être critique face à sa propre pensée.

4.5. Les mathématiques peuvent-elles servir à autre chose qu'à remplir des feuilles ?

Après ce débat, on demande « Qu'as-tu appris ? ». Voici quelques réponses [1].

- « Que c'est possible de débattre en math et qu'on devrait faire ça plus souvent. »
- « Que les maths ne sont pas que de la restitution mais aussi de la réflexion. »
- « Que c'est quand même assez dur de réussir à convaincre d'autres personnes par rapport à une idée et surtout c'est assez dur de la justifier d'un point de vue mathématique. »
- « On peut croire et être persuadé d'avoir raison alors que non. »
- « Qu'on peut rapidement admettre quelque chose d'erroné comme vrai, être influencé par ce que la majorité pense. »

Propos recueillis par Daniel Zimmer.

1. L'orthographe a été corrigée.

4.5. Les mathématiques peuvent-elles servir à autre chose qu'à remplir des feuilles ?

Après ce débat, on demande « Qu'as-tu appris ? ». Voici quelques réponses [1].

- « Que c'est possible de débattre en math et qu'on devrait faire ça plus souvent. »
- « Que les maths ne sont pas que de la restitution mais aussi de la réflexion. »
- « Que c'est quand même assez dur de réussir à convaincre d'autres personnes par rapport à une idée et surtout c'est assez dur de la justifier d'un point de vue mathématique. »
- « On peut croire et être persuadé d'avoir raison alors que non. »
- « Qu'on peut rapidement admettre quelque chose d'erroné comme vrai, être influencé par ce que la majorité pense. »
- **« Elle était chouette et montrait que les mathématiques pouvaient servir à autre chose que remplir des feuilles. »**

Propos recueillis par Daniel Zimmer.

1. L'orthographe a été corrigée.

Merci de votre attention !

- Arsac, G., Chapiron, G., Colonna, A., Germain, G., Guichard, Y. , Mante, M. (1992). *Initiation au raisonnement déductif au collège*. Lyon : Presses universitaires de Lyon.
- Balacheff, N. (2019), *Contrôle, preuve et démonstration, trois régimes de la validation*, Actes du séminaire national de didactique des mathématiques 2018.
- Barbin, E. (1987-1988), *La démonstration mathématique : significations épistémologiques et questions didactiques*, Publications de l'Institut de recherche mathématiques de Rennes, fascicule 5.
- Eduscol (2016), *Ressources pour le collège, Raisonnement et démonstration*, Direction générale de l'enseignement scolaire (France), `http://eduscol.education.fr`.
- ERMEL (1999), *Vrai ? Faux ?... On en débat !*, Paris : Institut National de Recherche Pédagogique.
- Gaud, D., Minet, N. et l'équipe "lycée" de l' IREM de Poitiers (2009), *Parcours d'étude et de recherche en géométrie pour la classe de seconde*, Petit x n° 79.
- Gilbert, Th. (2000), *Quelques instruments de pensée en géométrie*, Math-École n° 193.
- Gilbert, Th. (2010), *Instruments de la pensée géométrique*, GEM, `http://wp.gem-math.be/2010/08/09/instruments-de-la-pensee-geometrique/`.
- Groupe d'Enseignement Mathématique (1985), *Une géométrie pour tous les jours*, Dossier n° 2, 3e édition, Louvain-La-Neuve.
- Legrand, M., Lecorre, T., Leroux, L. Parreau, A. (2011). *Le principe du « Débat Scientifique » dans un enseignement* : Pré-tirage du tome 1. Grenoble : Université Joseph Fourier, IREM de Grenoble.