

Apprivoiser l'aléatoire

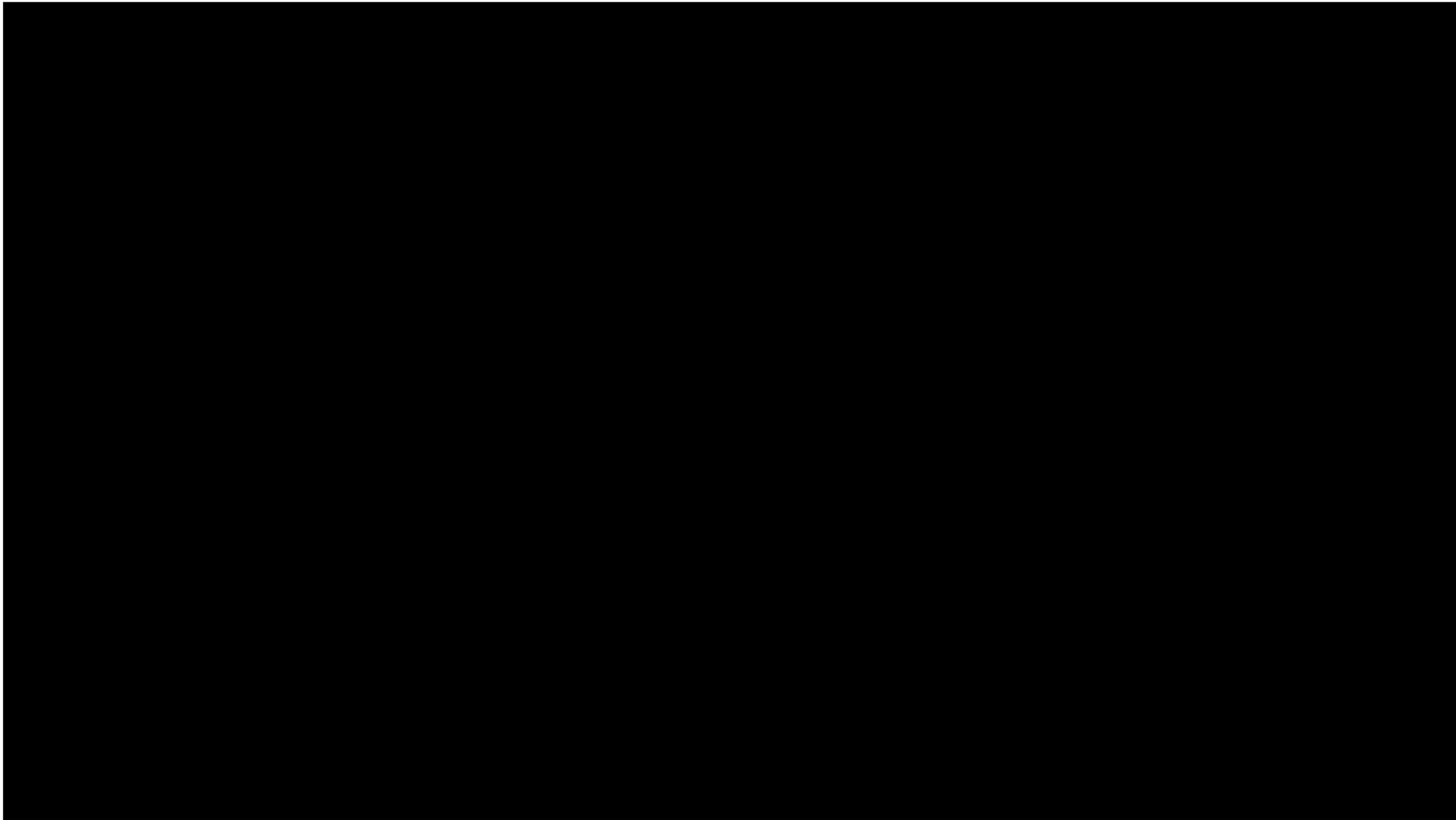
Le Lotto

Journée IFC organisée par le GEM. Le 30 avril 2022. Camille Kroonen et Benoît Jadin

Lotto belge

« Chaque mercredi et chaque samedi, 6 numéros et un numéro bonus sont tirés au sort parmi une série de numéros de 1 à 45. Si vous avez coché les 6 numéros exacts, vous gagnez le Jackpot !

Plusieurs gagnants ont-ils misé sur les 6 bons numéros ? Le jackpot sera réparti équitablement entre ces gagnants. »



Le Lotto de mon école

Dans mon école, il y a moins de joueurs que pour le Lotto belge. On organise donc un tirage avec moins de numéros au départ et moins de boules tirées.

Considérons un Lotto avec 10 boules placées dans un boîte et numérotées de 1 à 10.

Consignes 1 Cochez deux numéros sur la grille de jeu ci-dessous

LOTTO de mon école – Bulletin de				
1	2	3	4	5
6	7	8	9	10

Procédons au tirage...

Avez-vous gagné ?

Y a-t-il un gagnant dans le groupe ?

Consignes 2 Par groupe de 2, effectuez 20 tirages et notez vos résultats dans le tableau.



Si vous deviez jouer, à partir de l'observation des 20 tirages de votre groupe, quels deux numéros choisiriez-vous pour maximiser vos chances de gagner ? Pourquoi ? (1iere prédiction)

N° du tirage	Numéros tirés		N° du tirage	Numéros tirés	
1 ^{er} tirage			11 ^e tirage		
2 ^e tirage			12 ^e tirage		
3 ^e tirage			13 ^e tirage		
4 ^e tirage			14 ^e tirage		
5 ^e tirage			15 ^e tirage		
6 ^e tirage			16 ^e tirage		
7 ^e tirage			17 ^e tirage		
8 ^e tirage			18 ^e tirage		
9 ^e tirage			19 ^e tirage		
10 ^e tirage			20 ^e tirage		

Consignes 4 Quelles sont les chances de gagner à ce tirage, c'est-à-dire avoir les 2 bons numéros ?

Comment en être sûr ?

1° Par le raisonnement (probabilité à-priori ou probabilité théorique)

2° Par simulation (probabilité à-posteriori ou probabilité fréquentielle)

Tableau excel ou autre

Consigne 5 On regarde les numéros individuellement et non plus les paires de nombres ! Complétez le tableau.

Numéro	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
Nombre de fois											
Fréquence											

Quel numéro sort le plus souvent ?

Quelles sont les chances de chaque numéro ? Comment en être sûr ?

1° Intuitivement...

2° Un arbre de probabilités

Quelles sont les chances de sortir pour le numéro 7 ?

1° Intuitivement : Si on tire une boule, les chances de tous les numéros sont les mêmes (hypothèse d'équipossibilité) soit $\frac{1}{10}$.

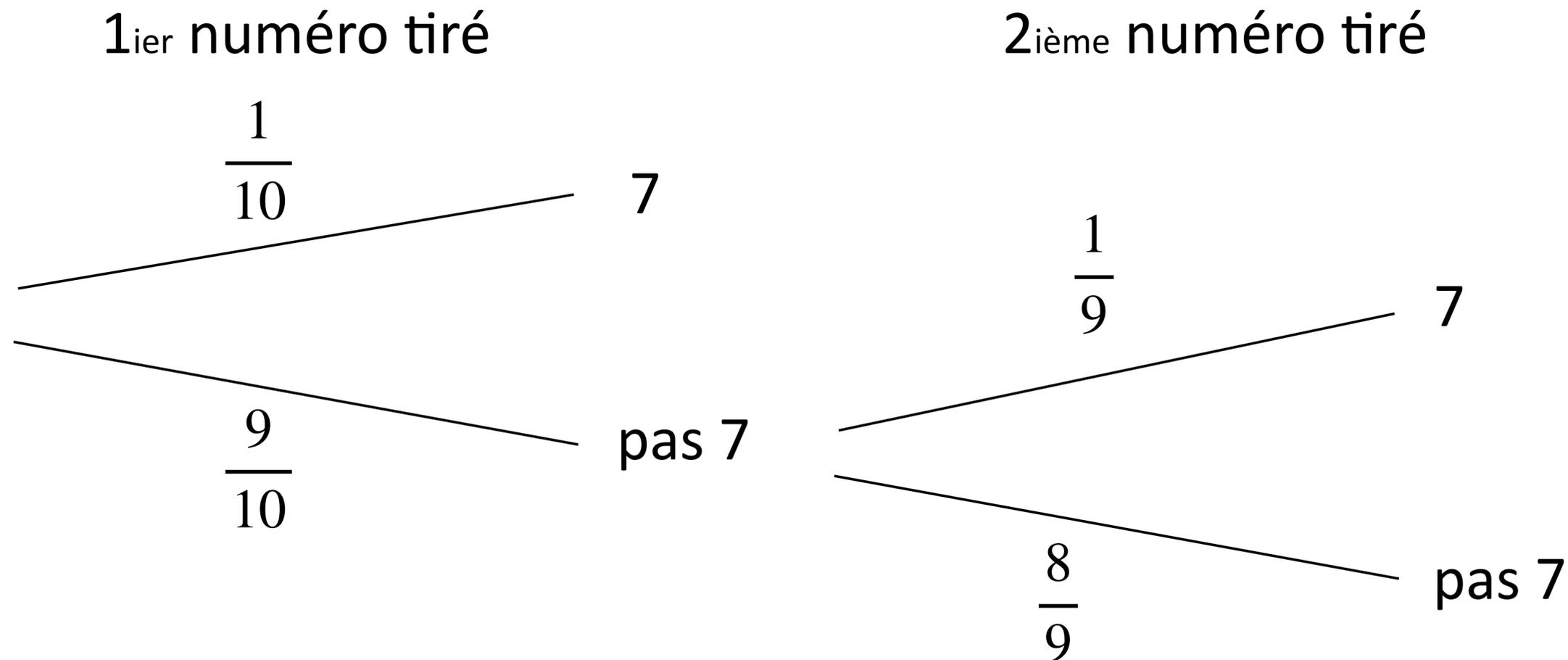
Si on tire deux boules, on a deux fois plus de chances d'avoir 7, soit $\frac{2}{10}$.

Quelles sont les chances de sortir pour le numéro 7 ?

1° Intuitivement : Si on tire une boule, les chances de tous les numéros sont les mêmes (hypothèse d'équipossibilité) soit $\frac{1}{10}$.

Si on tire deux boules, on a deux fois plus de chances d'avoir 7, soit $\frac{2}{10}$.

2° En faisant un arbre...



$$\frac{1}{10} + \frac{9}{10} \times \frac{1}{9} = \frac{2}{10}$$

Mais,
arbre de probabilité
et règles sur l'arbre ?
Questions d'un autre
âge...

En classe à Verviers en liere le 19 novembre 2021

(lière séance de 2h)

Si vous deviez jouer, à partir de l'observation des 20 tirages de votre groupe, quels deux numéros choisiriez-vous pour maximiser vos chances de gagner ? Pourquoi ?

Premières prédictions

- 9 et 1, qui sont sortis plus de fois séparément (pas en paire)
- 8 et 7, ils sont sortis deux fois par deux
- C'est le hasard : si la boule était sortie quelques secondes plus tard, ce ne serait pas la même chose
- 2 et 7 parce qu'ils sont mes porte-bonheur
- 10 et 2 sont sortis plusieurs fois à deux et sont sortis isolément le plus souvent
- C'est aléatoire mais le 2 est sorti plus de fois. Tu choisis le chiffre que tu aimes bien, il n'y a pas de bonne stratégie au Lotto.
- Par exemple, on a tiré le 5 et le 1, pour le deuxième tirage elles sont devant et si on ne mélange pas convenablement, ils ont plus de chances de sortir

C : Et dans le vrai LOTTO, on mélange bien ?

- Oui

C : le 19 /11, aujourd'hui, on a 7 et 10. Qui a envie de choisir 7 et 10 demain ?

- Moi, parce que c'est les chiffres gagnants, les gens ne vont pas les rejouer, donc j'ai plus de chances de gagner
- Il y en a qui vont peut-être les rejouer parce que ça leur a porté chance

C : 7 et 10, cela peut encore ressortir ?

- Il n'y a pas beaucoup de chances mais c'est possible

Plus tard...

C : quelle combinaison choisissez-vous ?

- 2 et 8 parce ils ont été tirés 0 fois, et demain, il y a plus de chances qu'ils sortent

C : Qui est d'accord avec ça ?

- (10 élèves lèvent le doigt)

- Ce n'est pas parce qu'ils ne sortent pas aujourd'hui, qu'ils vont sortir demain

Encore plus tard...

C : Quelle combinaison a-t-on envie de choisir ?

- C'est aléatoire, n'importe lesquels mais celui qui est le plus sorti, c'est 2

- Peu importe ce qu'on fait , c'est toujours le hasard

C : Tu garderais les mêmes numéros ?

- Non je changerais

-C : Et si tu les maintenais ?

- Ils finiront par sortir...

- Ma mamie, elle met les mêmes numéros depuis 40 ans et elle joue à chaque tirage : elle n'a jamais gagné...

(2ième séance)

Quelles sont les chances de gagner à ce tirage (avoir les 2 bons numéros) ?

- La réponse « Une chance sur 45 » est apparue très vite. Selon certains élèves, il y a 45 combinaisons de deux boules possibles et une seule est la bonne.
- Comparaison avec un lancer de dés : 1 chance sur 6
- Nombre de cas favorables sur le nombre de cas possibles (attention à des règles rapides).
- Avec un arbre de possibilités : 90 branches (difficulté pour de nombreux élèves)

En classe à Verviers en liere le 14 janvier 2021 (2 mois plus tard)

Lors d'un cours précédent, on a considéré un LOTTO avec **10 boules** placées dans un boîte et numérotées de 1 à 10. Chaque tirage consistait à l'extraction de deux boules.

Quel est le nombre de possibilités ?

Solutions	Je ne sais pas	1 à 10	10	25	42	45	47	99	380
Occurrence	2	1	3	1	1	6	1	1	1

Si on mise sur la paire 1-2, quelles sont les chances de gagner ?

Solutions	Je ne sais pas	C'est le hasard	$2/10$	$1/10$	$1/42$	$1/45$	$1/47$
Occurence	6	1	1	1	1	4	1

Si vous deviez jouer à nouveau, quelle paire choisiriez-vous ? Pourquoi ?

Numéro	Occurence	Justification
N'importe laquelle	5	Il n'y a pas plus de chances qu'une boule sorte plus qu'une autre
Je ne sais pas	2	
1-10 ou 1-2 ou....	6	J'aime ces nombres C'est la date de mon anniversaire Ce sont des nombres porte-bonheur
1-7 ou 1-2 ou	3	Je l'ai eu plusieurs fois Ceux qui sont le plus tirés
Toujours la même	1	Au bout d'un moment, cela devrait venir...

Si on regarde les numéros individuellement et non plus les paires de nombres :
- quelles sont les chances pour le numéro 9 de sortir lors d'un tirage ?

Solutions	Je ne sais pas	C'est le hasard	$2/10$	$1/10$	0	$1/7$
Occurence	4	1	1	8	1	2

Comment pourrait-on vérifier nos prédictions dans ce jeu ?

Piste	Occurence
Je ne sais pas	6
On ne saurait pas/C'est impossible	2
C'est (encore) le hasard	2
En faisant 1 tirage	1
En faisant 10 tirages	1
En refaisant des tirages/En réessayant	2
En divisant le nombre de possibilités total pour arriver à 1 possibilité puis les multiplier par 100	1
En regardant notre cours	1

Lotto belge

Pendant les tirages lotto (À partir de 2011: grille de 45 numéros)

Palmarès des numéros

À partir de 2011: grille de 45 numéros

Numéro	# fois	Pourcentage	Dernier tirage	N'est plus tiré depuis (nombre de tirages)
1	179	16.48%	23-02-2022	0
2	155	14.27%	19-02-2022	1
3	163	15.01%	16-02-2022	2
4	167	15.38%	15-01-2022	11
5	166	15.29%	18-12-2021	19
6	157	14.46%	23-02-2022	0
7	166	15.29%	09-02-2022	4
8	176	16.21%	05-02-2022	5

Enjeux

- Expérience aléatoire et protocole d'expérience
- Issues, effectifs, fréquences (une expérience et deux espaces échantillonnals)
- Questionner le phénomène de récurrence négative ou positive : si un résultat a été obtenu souvent, il ne se produira pas la fois suivante ou au contraire s'il s'est produit, qu'il « a le vent en poupe », il va encore se produire.
- Poser la question de « la mémoire des boules » ou, du point de vue mathématique, de l'indépendance d'expériences aléatoires.
- Simuler une expérience et observer une stabilisation de la fréquence

À partir de quel âge ?

Par quelle voie (matière) ?