



*S'exprimer, argumenter et convaincre
à tout âge en mathématiques
Samedi 30 avril 2022*

Débattre dans un cours de mathématiques : et si le savoir ne passait plus forcément par le professeur !

BEN AÏCHA Habib, PIERSON Pierre et JALIL MEZRAUI Jamal

Plan de l'atelier

1. Quelques Constats
2. Quelques règles
3. Débattons !
4. Et dans nos classes ?
5. Une envie ou un devoir ?

Plan de l'atelier

1. Quelques Constats
2. Quelques règles
3. Débattons !
4. Et dans nos classes ?
5. Une envie ou un devoir ?

1. Quelques constats

Un contrat didactique fort et classique

Le cours de mathématiques a encore trop souvent la réputation d'être un cours où le professeur pose la **bonne question** pour que les élèves donnent la **bonne réponse**.

1. $(2x - 11x) \cdot (6y + 2a) = 2x \cdot 6y + 2x \cdot 2a + (-11x) \cdot 6y + (-11x) \cdot 2a$

2. $\text{PGCD}(105; 106) = ?$

3. Comparez $-\frac{13}{14}$ et $-\frac{14}{13}$.

4. $(-5x - (-3y)) \cdot (3y + 5x) = (-5x) \cdot 3y + (-5x) \cdot 5x - (-3y) \cdot 3y + (-3y) \cdot 5x$

5. $\int_1^3 (4x^2 - 12x + 9) dx = ?$

Tout un tas d'énoncés donnés aux élèves après l'introduction d'une nouvelle notion (et même plus tard dans l'année) peuvent permettre d'observer que le contrat didactique classique prend parfois le dessus sur la réflexion de l'élève.

$$\int_1^3 (4x^2 - 12x + 9) dx = ?$$

$$1) \int_1^3 (4x^2 - 12x + 9) dx = \int_1^3 (4x^2 - 12x + 9) dx$$

$$1 = 4 \cdot 4 - 12 \cdot 4 + 9 = 18$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-12) \pm \sqrt{(-12)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 9}}{2 \cdot 4} = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 144}}{8} = \frac{12}{8} = 1.5$$

$$\int_1^3 4x^2 dx = \int_1^3 12x dx = \int_1^3 9 dx =$$

$$\int_1^3 4x^2 dx + 12 \int_1^3 x dx - \int_1^3 9 dx =$$

$$\left[4 \cdot \frac{x^3}{3} + 12 \cdot \frac{x^2}{2} - 9x \right]_1^3 = \left(4 \cdot \frac{3^3}{3} + 6 \cdot 3^2 - 9 \cdot 3 \right) - \left(4 \cdot \frac{1^3}{3} + 6 \cdot 1^2 - 9 \cdot 1 \right)$$

$$= 36 + 54 - 27 - \left(\frac{4}{3} + 6 - 9 \right) = 63 + \frac{5}{3} = 64 \frac{2}{3}$$

$$= 64 \frac{2}{3} \approx 64.67$$



Le danger principal est que l'automatisation des procédures prenne le pas sur la réflexion mathématiques.

L'idée est donc de déléguer aux élèves, un moyen de prendre du recul, de se positionner, de faire des choix et de s'engager dans la réflexion mathématique pour se convaincre les uns, les autres. Le débat en est un outil.

Plan de l'atelier

1. Quelques Constats
- 2. Des règles à respecter**
3. Débattons !
4. Et dans nos classes ?
5. Une envie ou un devoir ?

2. Quelques règles

- S'adresser à l'ensemble de la classe ;
- Écouter activement et avec une oreille attentive pour comprendre les points de vue des autres.
- Regarder la personne qui parle ;
- Être bienveillant ;
- S'exprimer le plus clairement possible ;
- Utiliser le tableau si cela peut aider à se faire comprendre ;
- Donner son opinion avant son argument ;

- Ne pas dénigrer l'argument de quelqu'un ou la personne mais plutôt contredire un argument en commençant sa phrase par : "Je ne suis pas d'accord avec ... car ..." ;
- Ne pas hésiter à poser des questions si on ne comprend pas le raisonnement de quelqu'un ;
- Remettre ses propres arguments en question ;
- Ne pas hésiter à demander d'avoir un temps de réflexion individuelle ;
- Exploiter au maximum une piste.

Plan de l'atelier

1. Quelques Constats
2. Quelques règles
- 3. Débattons !**
4. Et dans nos classes ?
5. Une envie ou un devoir ?

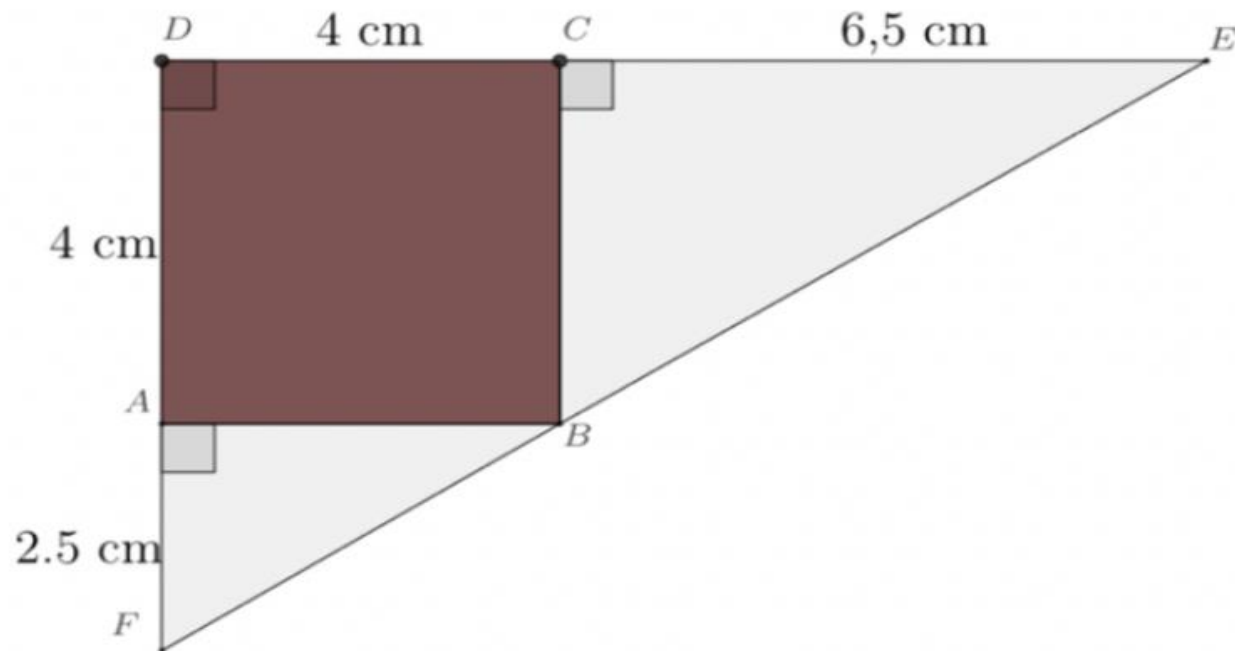
C'est qui qui gagne ?

Consigne. J'ai deux nombres en tête. Si on veut obtenir le plus grand résultat, quelle opération parmi $+$, $-$, $\times$ ou $:$ vaut-il mieux utiliser ?

À vos arguments !

Une histoire d'aire

Consigne. Sur la figure ci-dessous, on a assemblé un carré et deux triangles rectangles. Calculez l'aire de la figure obtenue.



Plan de l'atelier

1. Quelques Constats
2. Quelques règles
3. Débattons !
- 4. Et dans nos classes ?**
5. Une envie ou un devoir ?

La parole à Pierre...

Dans une classe de Bruxelles

Consigne. Si un nombre est multiple de ... alors il est multiple de ...
REMPLECEZ les "..." par 6, 15 ou 30.

Contexte. Classe de 1ère secondaire. 25 élèves. Bruxelles Jette.

Proposition 1. Si un nombre est multiple de 15 alors il est multiple de 6.

3 élèves pensent que la proposition est vraie. 22 pensent qu'elle est fausse.

Daniela. Je pense que la proposition est vraie.

Daniela. $15 \cdot 2$ ça fait 30 et aussi $6 \cdot 5$ ça fait 30.

Fadi. C'est faux, car 15 n'est pas un multiple de 6.

Mohamed. C'est pas entièrement faux, car 6 n'est pas dans la table de 15.

Myriam. Pour Fadi, 15 ne doit pas forcément être un multiple de 6. Par exemple $15 \cdot 4$ ça fait 60, et aussi $6 \cdot 10$ ça fait 60.

Imen. Moi je ne suis pas d'accord (avec la proposition vraie) parce qu'il faut trouver un seul contre-exemple. Par exemple, $15 \cdot 3$ fait 45, ben c'est pas un multiple de 6.

Daniela. C'est pas parce que 6 n'est pas dans la table de 15 que c'est pas, euh, divisible par 15.

Daniela. C'est pas parce que 6 n'est pas dans la table de 15 que ce n'est pas juste.

Ismael. En fait, elle vient de répondre à sa question. C'est pas parce que 6 n'est pas dans la table de 15 que c'est pas forcément divisible. Mais si ! Sinon ce n'est pas un multiple.

Mahmoud. Si on lit bien la question, si un nombre est multiple de 15 alors il est multiple de 6. Mais un multiple...

Daniela. Ah oui, ah oui.

Mahmoud. Quand on dit 15 fois 1, 15 fois 2, 15 fois 3... 6 a aussi des multiples : 6, 12, 18, etc. Et lorsqu'on fait ça, on ne va pas trouver 45. On peut en trouver qui sont multiples de 15 (sous-entendu aussi multiple de 6) mais on ne va pas en trouver parmi 6, 12, 18, etc.

Daniela. C'est bon, je me suis juste embrouillée avec des multiples et...

L'ensemble des élèves votent pour dire que cette proposition est fausse.

Proposition 2. Si un nombre est multiple de 30 alors il est multiple de 6.

2 élèves pensent que c'est faux et 23 que la proposition est vraie.

Anas. Moi je dis que c'est faux, si un nombre est multiple de 30 alors il n'est pas multiple de 6 car 12 n'est pas un multiple de 30. Il y en a d'autres : 24...

Ibrahim. Moi j'ai dit "si un nombre est multiple de 30 alors il est multiple de 6" et pas "si un nombre est multiple de 6 alors il est multiple de 30". Je crois que tu as compris l'inverse. Les multiples de 30, c'est 30, 60, 90, 120...

Anas. Ah ouais c'est bon.

Pour finir, tous pensent la proposition est vraie.

Au Printemps des Sciences

Consigne. En utilisant votre calculatrice, qu'obtenez-vous pour les deux calculs suivants :

$$345678901^2 - 345678900 \cdot 345678902 = ?$$

$$34567890^2 - 34567889 \cdot 34567891 = ?$$

Contexte. 9 enfants suivant l'enseignement à distance. Printemps des Sciences 2022. UCL.

Après avoir testé quelques valeurs pour simplifier le problème, on a pu entendre cet échange :

Lucas. On peut avoir 10 milliards d'exemples mais si on un exemple qui montre que c'est faux alors ça ne tient pas.

Anaïs. Mais du coup, comment être sûr que ça marche pour tous les nombres ?

Lucas. Il faut utiliser une formule pour vérifier pour tous les nombres.

Les élèves ont pu donc arriver à conclure et arriver au bout du problème.

Plan de l'atelier

1. Quelques Constats
2. Quelques règles
3. Débattons !
4. Et dans nos classes ?
- 5. Une envie ou un devoir ?**

Le décret « Missions »

"Article 6. - La Communauté française, pour l'enseignement qu'elle organise, et tout pouvoir organisateur, pour l'enseignement subventionné, poursuivent simultanément et sans hiérarchie les objectifs suivants :

1. promouvoir la confiance en soi et le développement de la personne de chacun des élèves ;
2. amener tous les élèves à s'approprier des savoirs et à acquérir des compétences qui les rendent aptes à apprendre toute leur vie et à prendre une place active dans la vie économique, sociale et culturelle ;
3. préparer tous les élèves à être des citoyens responsables, capables de contribuer au développement d'une société démocratique, solidaire, pluraliste et ouverte aux autres cultures ;
4. assurer à tous les élèves des chances égales d'émancipation sociale."

Ce qui peut sembler étonnant, c'est qu'il est mentionné par les termes « simultanément et sans hiérarchie », qu'un enseignant se doit « d'enseigner les mathématiques » au même titre que « préparer des citoyens responsables » (missions 2 et 3).

LES COMPÉTENCES CITOYENNES EPC

Dans le réseau libre confessionnel catholique, les compétences de l'éducation à la philosophie et à la citoyenneté (EPC) sont travaillées à travers différents cours.

Cependant, le cours de mathématiques, notamment, n'a pas été englobé dans cette nouvelle vision de l'enseignement.

Une réflexion émerge :

"Ne croyez-vous pas qu'on puisse travailler l'éducation à la philosophie et à la citoyenneté au cours de mathématiques et ainsi atteindre l'objectif du cours d'EPC de manière transversale ?"

Nous avons constaté qu'à travers certains débats, nous avons pu travailler certaines compétences :

- recourir à l'imagination pour élargir le questionnement ;
- construire un raisonnement logique ;
- évaluer la validité d'un énoncé ;
- prendre position de manière argumentée ;
- écouter l'autre pour le comprendre ;
- élargir sa perspective ;
- se préparer au débat ;
- débattre collectivement ;
- évaluer la validité d'un énoncé ;
- décider collectivement ;
- coopérer ;
- assumer des responsabilités individuelles et collectives.

En conclusion

Si dans une classe, l'argumentation, la réflexion et les échanges sont confiés aux élèves où ils essaient de se convaincre les uns, les autres sans que le savoir passe nécessairement par l'enseignant, l'idée de participer à la construction de futurs citoyens responsables peut alors être espérée...

Et c'est déjà pas mal !

Merci pour votre participation !

Des questions ?