Titre de l'activité

Grille d'observation

Merci d'avoir accepté de tester une activité du GEM dans votre classe. Voici quelques éléments que vous pourriez observer. Les informations que vous nous enverrez nous seront précieuses pour améliorer et commenter les productions finalisées à destination des enseignants.

1. Conditions dans lesquelles le test a été réalisé

Niveau de la classe : $6^{\text{ème}}$ TQ + $7^{\text{ème}}$ P

Nombre d'élèves : entre 6 et 8 élèves

Date(s) du test : 12/03-22/03

Temps de classe consacré : 1 h

2. Consigne précise donnée aux élèves :

Enoncé : Le prince de Toscane demanda un jour à Galilée : pourquoi lorsqu'on jette trois dés, obtient-on plus souvent la somme 10 que la somme 9, bien que ces deux sommes soient obtenues chacune de six façons différentes ? L'observation du prince de Toscane est-elle vrai ?

<u>Etape 1 : Expérimentons</u> :

Lancez 20 fois 3 dés et notez combien de fois vous avez obtenu 9 et combien de fois vous avez obtenu 10 (nous supposons que tous les dés sont parfaitement équilibrés).

Obtenir 9	**Obtenir 10**	**Autres sommes**	**Total des lancers**
			20

Donnez les 6 façons d'obtenir 9 et les 6 façons d'obtenir 10 en lançant 3 dés.

Obtenir 9	**Obtenir 10**

Quelle somme avez-vous eu le plus ?

Est-ce que cela est suffisant pour confirmer ou infirmer les propos du prince de Toscane ?

Que pourrions-nous faire pour confirmer ou infirmer ?

Etape2 : Notons les résultats de toute la classe :

Elève	**Obtenir 9**	**Obtenir 10**	**Total des lancers**
1			20
2			
3			
4			
…			
24			
25			
Total :			
Fréquence :			

Etape 3 : Simulation

Cette fois-ci, une simulation a déjà été réalisée par votre enseignante.

Simulation 2 : pour 10 000 lancers :

Nombre de fois que j'ai obtenu une somme égale à 3: 45

Nombre de fois que j'ai obtenu une somme égale à 4: 158

Nombre de fois que j'ai obtenu une somme égale à 5: 243

Nombre de fois que j'ai obtenu une somme égale à 6: 495

Nombre de fois que j'ai obtenu une somme égale à 7: 672

Nombre de fois que j'ai obtenu une somme égale à 8: 946

Nombre de fois que j'ai obtenu une somme égale à 9: 1149

Nombre de fois que j'ai obtenu une somme égale à 10: 1253

Nombre de fois que j'ai obtenu une somme égale à 11: 1268

Nombre de fois que j'ai obtenu une somme égale à 12: 1168

Nombre de fois que j'ai obtenu une somme égale à 13: 965

Nombre de fois que j'ai obtenu une somme égale à 14: 666

Nombre de fois que j'ai obtenu une somme égale à 15: 507

Nombre de fois que j'ai obtenu une somme égale à 16: 292

Nombre de fois que j'ai obtenu une somme égale à 17: 128

Nombre de fois que j'ai obtenu une somme égale à 18: 45

Il est également possible de refaire un grand nombre de fois la simulation.

On a décidé de faire 100 simulations de 10, 100, 1000, 10000 lancers de triple dés. Pour pouvoir comparer les simulations avec des nombres de lancers différents, on s'intéresse aux fréquences d'observer les sommes égales à 9 et à 10. En réalisant 100 simulations, il est facile de faire une boite à moustaches (rappel de cette notion p22) de ces données (en ordonnant les résultats du plus petit au plus grand et en sélectionnant les 1ere, 25ème, 50ème, 75ème et 100ème valeurs).

En regardant les boites, nous constatons qu'à partir de 1000 lancers le décalage entre les boites « obtenir 9 » et « obtenir 10 » devient évident. Avec moins de 1000 lancers, il est difficile de déterminer si le décalage des résultats est dû aux mesures expérimentale ou à un décalage dans les probabilités.

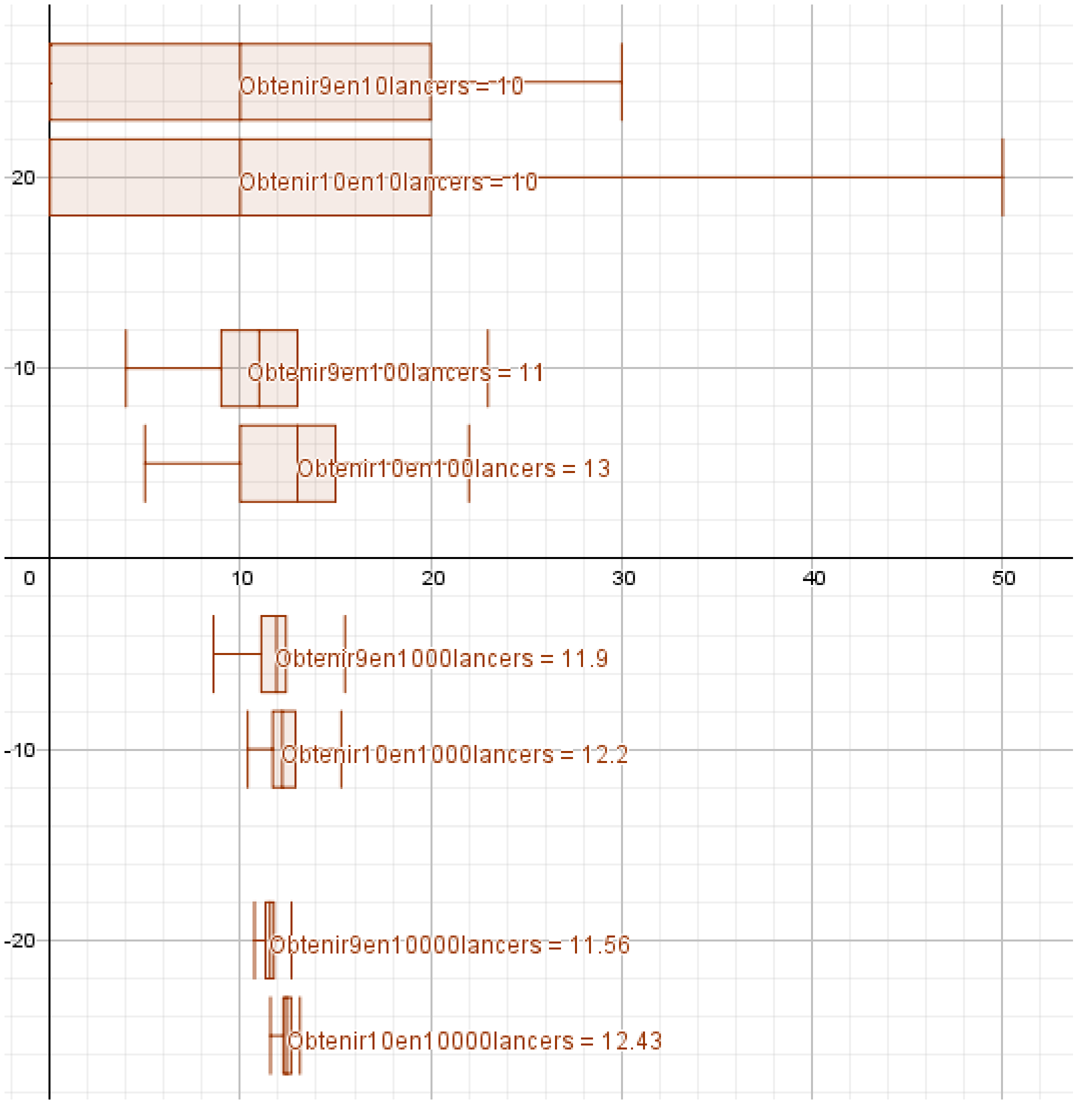


Figure 1 : boite à moustaches des résultats 9 et 10 pour 10, 100, 1000 et 10000 lancers.[1]

[1] Données en pourcentage

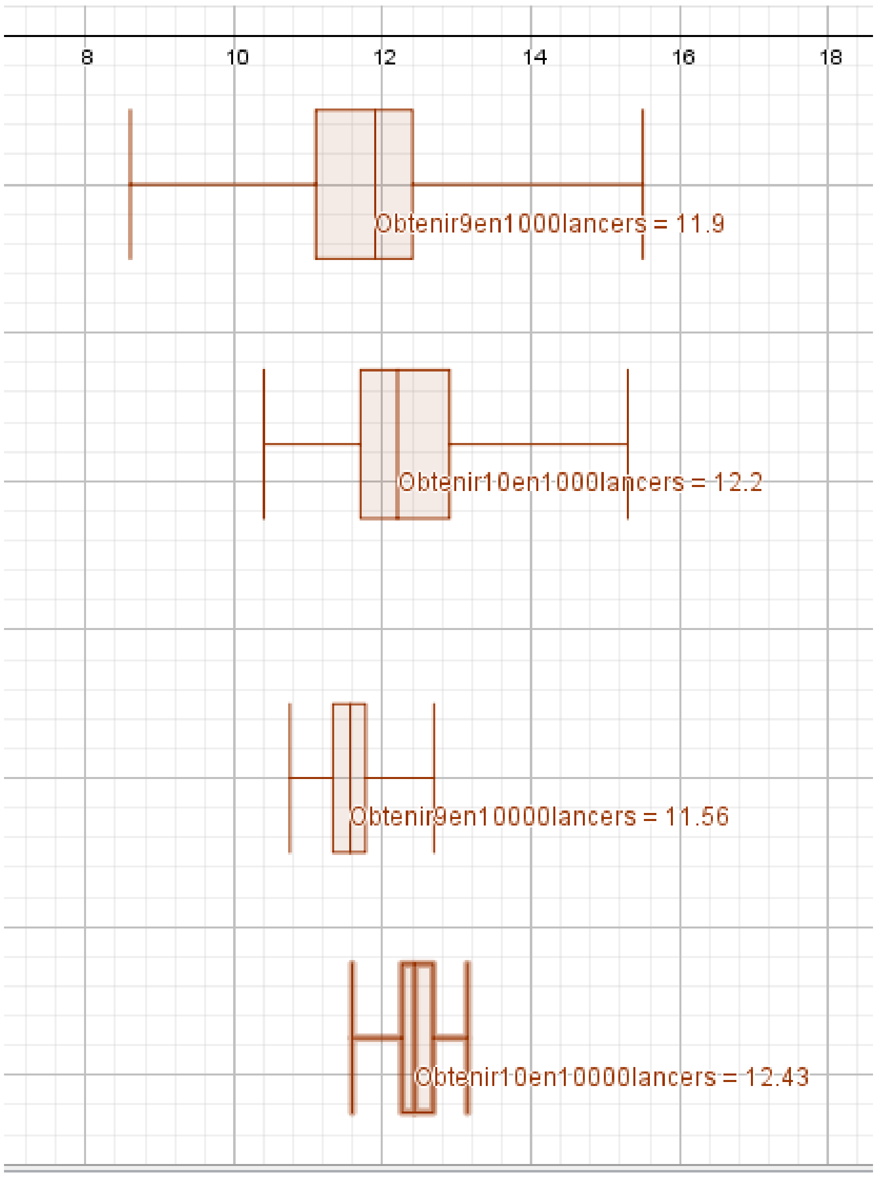
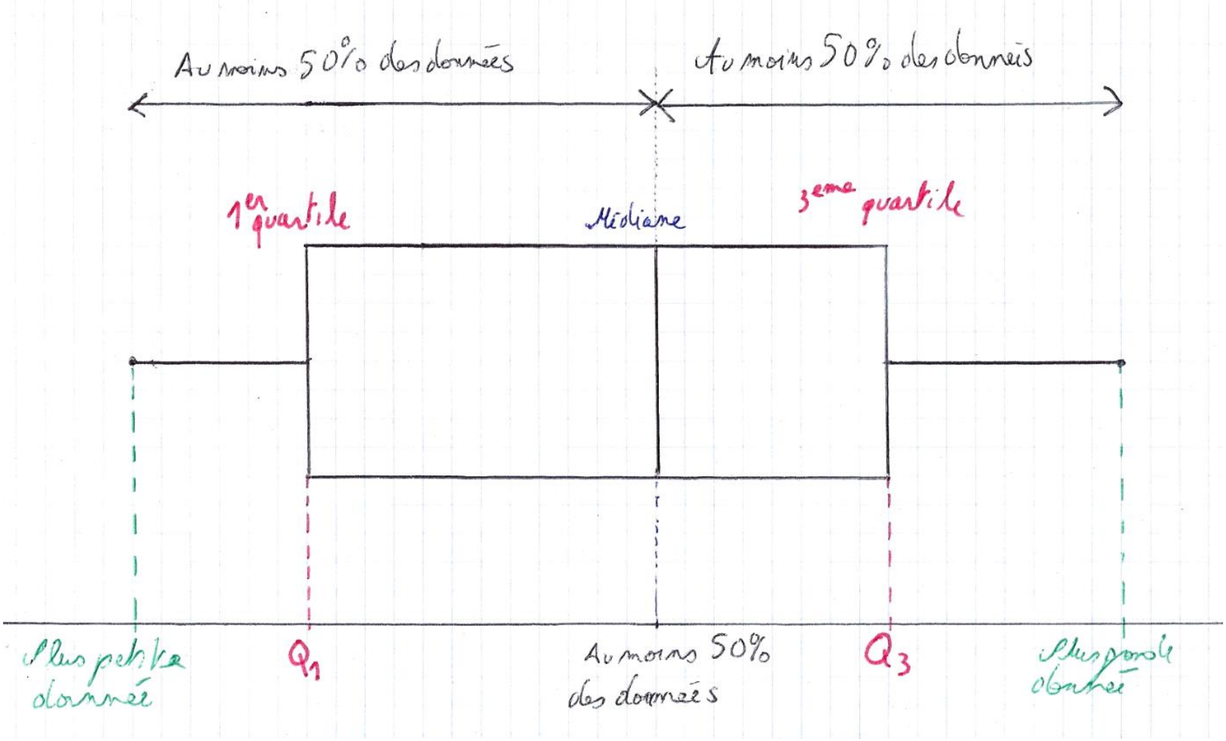


Figure 2 : zoom : boite à moustaches des résultats 9 et 10 pour 1000 et 10000 lancers.[2]

[2] Données en pourcentage

Rappel boite à moustaches : Une série statistique peut être représentée par un diagramme appelé boîte à moustaches.

Définition : On appelle diagramme en boîte à moustaches d'une série, la représentation graphique ci-dessous. Elle représente graphiquement les paramètres de position et de dispersion d'une série statistique dans laquelle sont présents la médiane, le premier quartile Q_1, le troisième quartile Q_3, le maximum et le minimum de la série.



Elle permet de rapidement déterminer le profil de la série statistique QUANTITATIVE. En effet, la médiane indique le centre d'un ensemble de données, les quartiles encadre 50% des effectifs, le minimum et le maximum fournissent l'information sur la dispersion réelle des données.

A savoir:
Une « boîte à moustache » courte indique que la série est assez concentrée autour de sa médiane. Les données sont donc relativement proches des unes des autres.
Au contraire, une « boîte à moustache » longue indique que la série de données est assez dispersée.

Etape 4 : Explication théorique

Nous avons constaté que l'expérimentation ne nous permet pas de conclure à partir des fréquences d'observation de 9 et 10. Cependant, les simulations montrent une plus grandes fréquence de la somme égale à 10 par rapport à celle égale à 9 lorsque l'échantillon devient très grand (au-delà de 1000, la largeur des boites à moustaches devient suffisamment petite pour observer une différence dans les fréquences).

Comment peux-tu expliquer cette prévision sur base de la symétrie des dés ?

3. Remarques

Correctif donné aux élèves après l'activité :

Explications : Si nous supposons que les trois dés sont parfaitement symétriques et que toutes les faces ont les mêmes chances d'apparaître. Les issues possibles pour la somme vont de 3 à 18. Mais, on se rend vite compte que certaines sommes ont plus de chances que d'autres d'apparaître. 3, par exemple ne peut être obtenu qu'en ayant 1+1+1.

Pour 9, par contre, on peut avoir 1+2+6, 1+3+5, 1+4+4, 2+2+5, 2+3+4, 3+3+3.

Pour 10, on peut avoir 1+3+6, 1+4+5, 2+2+6, 2+3+5, 2+4+4, 3+3+4.

Pour 9 et 10, on a le même nombre de décompositions additives mais en regardant de plus près on se rend compte que la somme 3+3+3, par exemple, est plus rare que la somme 2+3+5; la première ne s'obtient que d'une seule manière mais la seconde peut s'obtenir de 6 façons différentes si on distingue les dés : 2+3+5, 2+5+3, 3+5+2, 3+2+5, 5+2+3, 5+3+2. Faisons le décompte total. Pour le premier dé, il y a six possibilités. Pour chaque possibilité du premier dé, il y a six possibilités pour le second, ce qui fait 36 en tout. Pour chacune des possibilités des deux premiers dés, il y en a six pour le troisième, ce qui fait 216. Comptabilisons alors les possibilités de chaque somme (voir le tableau ci-dessous).

9	1+2+6	6	25
	1+3+5	6	
	1+4+4	3	
	2+2+5	3	
	2+3+4	6	
	3+3+3	1	
10	1+3+6	6	27
	1+4+5	6	
	2+2+6	3	
	2+3+5	6	
	2+4+4	3	
	3+3+4	3	

On en conclut que la probabilité d'avoir une somme égale à 9 vaut $\frac{25}{216} \cong 0{,}1157$ tandis que la probabilité que la somme soit égale 10 vaut $\frac{27}{216} = 0{,}125$.

4. Difficultés rencontrées au cours de l'activité

- par rapport aux consignes : pas de problème en particulier.

- par rapport à l'organisation : pour les classes n'ayant pas fini l'activité du lancers de deux dés, ils avaient plus de difficulté à répondre aux questions.

5. Récits de paroles d'élèves, d'échanges, de discussions, …

<u>Etape 2 :</u> A cette étape, l'un des groupes (6TQ2A) a eu beaucoup plus de 10 plutôt que de 9 (22 contre 13). Ils avaient donc très envie de tirer une conclusion à cette étape. J'ai rappelé leur nombre de lancers et j'ai suggéré d'attendre l'observation de la simulation. Le groupe 6TQ1A a des apparitions de 9 et 10 plus proches (14 et 17). Dans un groupe, certains élèves voulaient ajouter également 9 et 10 du compte des effectifs mais je pense que l'erreur est plus liée à la manière dont j'ai écris les données au tableau

<u>Etape 3 :</u> Les élèves ont eu généralement plus facile à calculer les fréquences d'apparition de 9 et 10 car ils avaient travaillé le concept lors de l'activité lancers de deux dés. Cependant, certains avaient du mal a trouvé par quel total il fallait diviser

<u>Etape 4 :</u> En fonction des groupes, certains avaient déjà fait la conclusion du lancers de deux dés ce qui devait les aider pour cette conclusion. Cela a été le cas car ils ont rappelé que l'ordre des sommes étaient important.

Les 6TQ1A et 6TQ2A n'avaient pas encore fait la conclusion du lancers de deux dés et n'ont pas imaginé les différentes combinaisons ordonnées. Je leur ai donc donner de l'aide.

6. Synthèse donnée au tableau

Etape 1 :

Les combinaisons possibles sont :

9	1+2+6
	1+3+5
	1+4+4
	2+2+5
	2+3+4
	3+3+3
10	1+3+6
	1+4+5
	2+2+6
	2+3+5
	2+4+4
	3+3+4

Il semble donc avoir autant de manière d'avoir 9 que d'avoir 10

Certains élèves ont eu plus de 9 et d'autres plus de 10. On ne peut donc rien conclure, on va mettre nos sommes ensembles pour voir si on peut tirer des informations.

Etape 2 : en fonction des résultats de la classe, les notes au tableau sont différentes mais il est important de rappeler aux élèves qu'on a lancé peu de dés et que à ce stade ce n'est pas prudent de conclure définitivement.

Etape 3 : Lorsqu'on lance trois dés, les sommes varient entre 3 et 18.
La somme de 9 a une fréquence de 11,5% (ou 0,115) et la somme de 10 de 12,5% (ou 0,125).
On obtient donc 10 plus fréquemment que 9 mais à peine plus (écart de 1%).
Comme l'écart est très faible, il est intéressant de répéter ma simulation des 10 000 lancers, 100 fois et on observe un écart réel entre obtenir 9 et obtenir 10 *(synthèse donnée dans un seul groupe)*.

Etape 4 : pour rappel, nous avions trouvé pour 9 et 10. 6 sommes possibles hors avec la simulation, nous avons observé que 10 est plus fréquent que 9.

On observe qu'une somme donnée peut avoir ces termes écrit dans plusieurs ordre. Il existe trois situations :

- Exemple : 3 + 3 + 3 une seule combinaison possible.
- Exemple : 1 + 4 + 4, trois combinaisons possibles (1+4+4, 4+1+4, 4+4+1)
- Exemple : 1 + 2 + 6, six combinaisons possibles (1+2+6, 1+6+2, 2+1+6, 2+6+1, 6+1+2, 6+2+1)

Voici donc les combinaisons pour avoir 9 et 10 :

9	1+2+6	6	25
	1+3+5	6	
	1+4+4	3	
	2+2+5	3	
	2+3+4	6	
	3+3+3	1	
10	1+3+6	6	27
	1+4+5	6	
	2+2+6	3	
	2+3+5	6	
	2+4+4	3	
	3+3+4	3	

On en conclut que la probabilité d'avoir une somme égale à 9 vaut $\frac{25}{6.6.6} = \frac{25}{216} \cong 0{,}1157$ tandis que la probabilité que la somme soit égale 10 vaut $\frac{27}{6^3} = \frac{27}{216} = 0{,}125$.

7. Qu’est-ce qui, à vos yeux, fait la valeur de l’activité ?

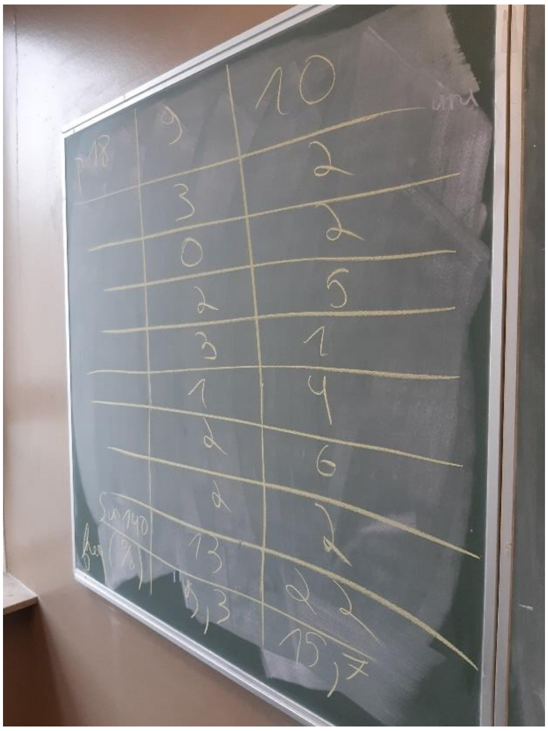
L’activité introduit la notion de combinaisons qui n’est pas demandée dans le programme des 6TQ et 7PC mais que je trouve intéressant d’aborder. L’activité permet de relier des fréquences déterminées par simulation aux probabilités des évènements en question. On leur apprend également à retrouver des probabilités à l’aide des combinaisons au lieu de les apprendre par cœur.

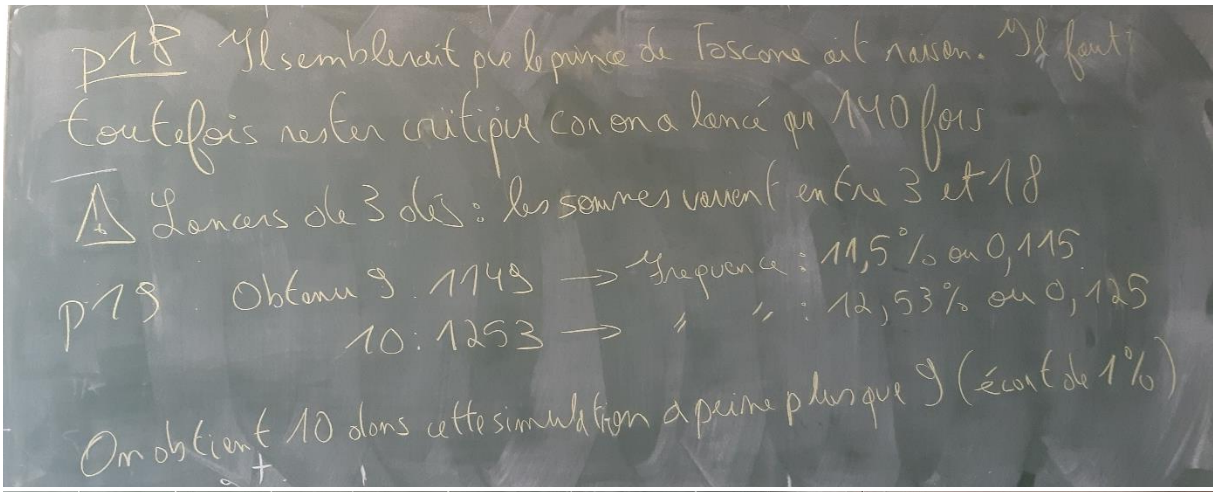
8. Suggestions d’amélioration

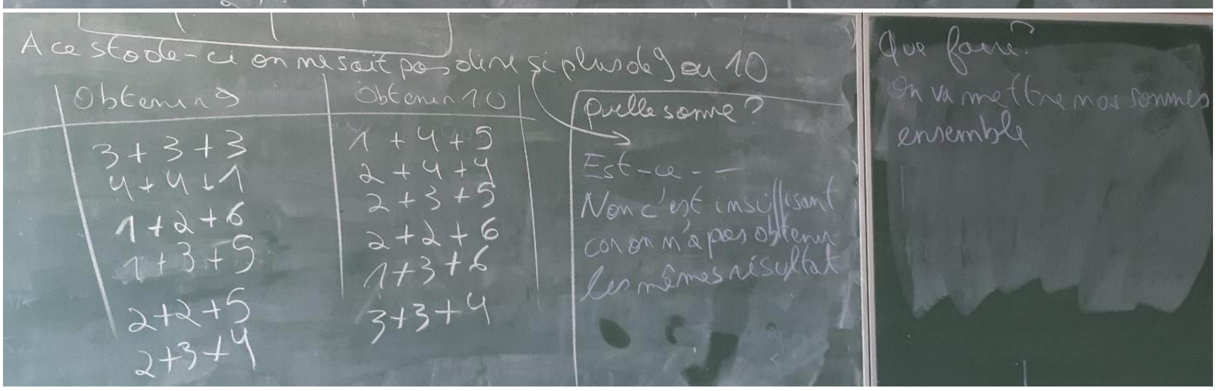
Dans la partie simulation, on discute avec les élèves l’intérêt de faire des boites à moustaches en fonction du nombre de lancés de dés. Cette partie est fort oral et il y a peu de passage à l’écrit. Il serait peut-être intéressant de demander aux élèves de dessiner eux-mêmes les boites mais par manque de temps à cause de mon programme, nous avons juste discuter. J’aurai du dans la conclusion insisté sur le fait que le 1% d’écart n’était pas dû à une variabilité des résultats ce qui est démontré par les boites à moustaches, à 10 000 lancers, les médianes des boites ont un écart inférieur à 1% (ainsi que les 50% des données aux centres de la boite).

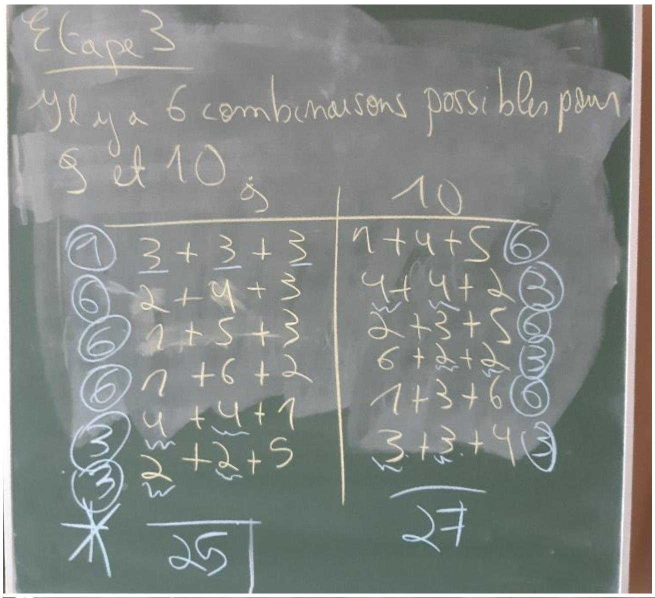
9. Photo de la synthèse faite au tableau

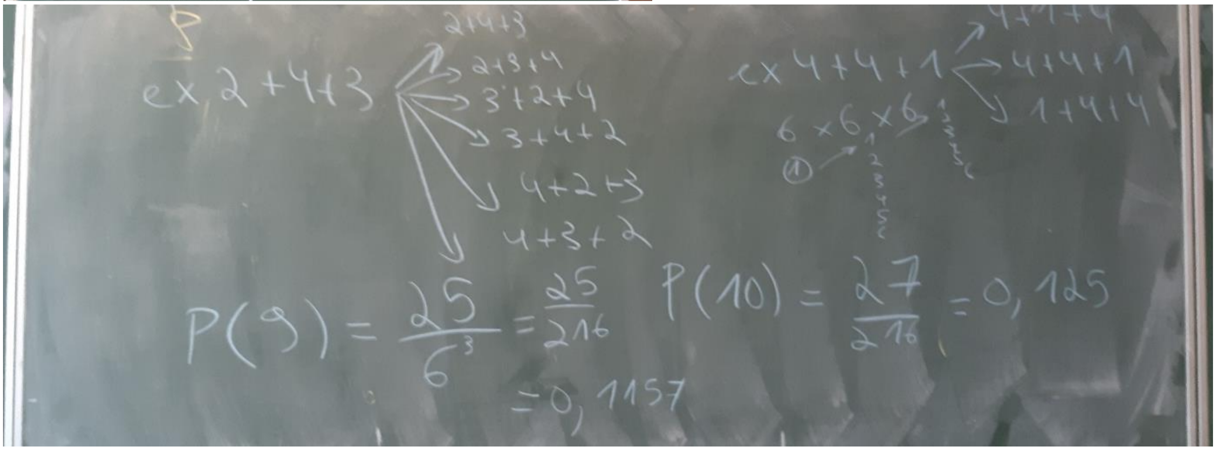
Groupe 6TQ2A



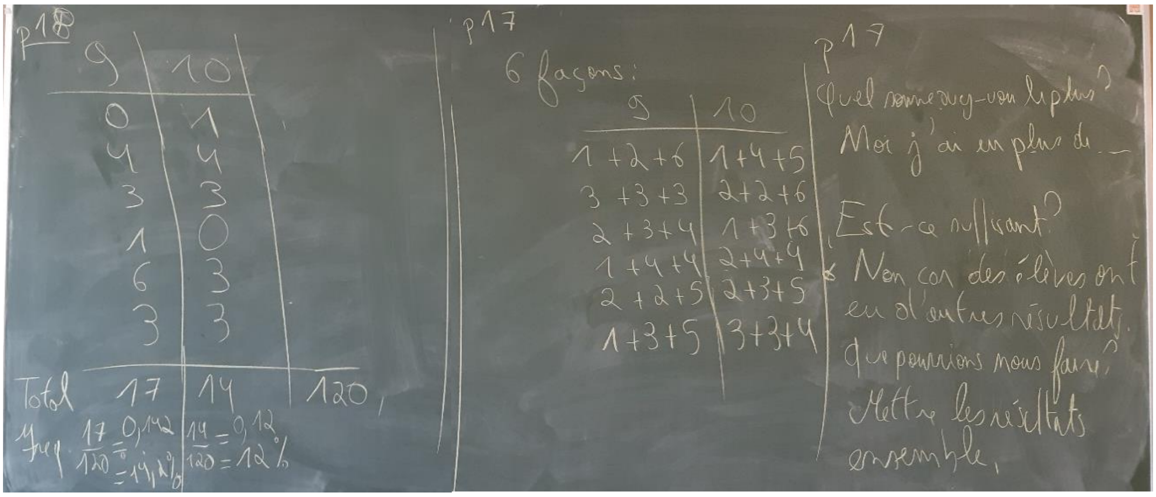


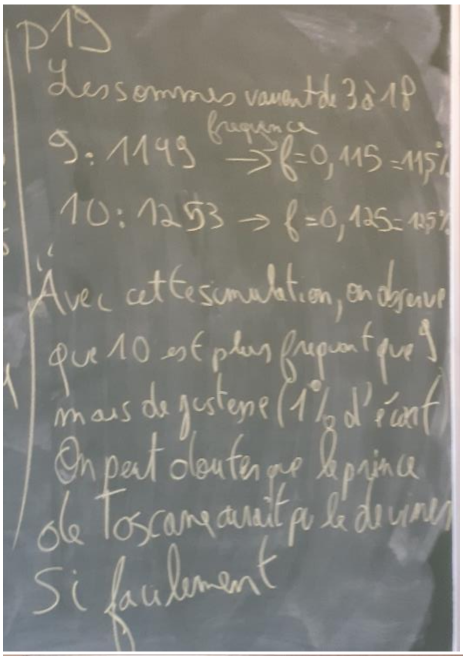


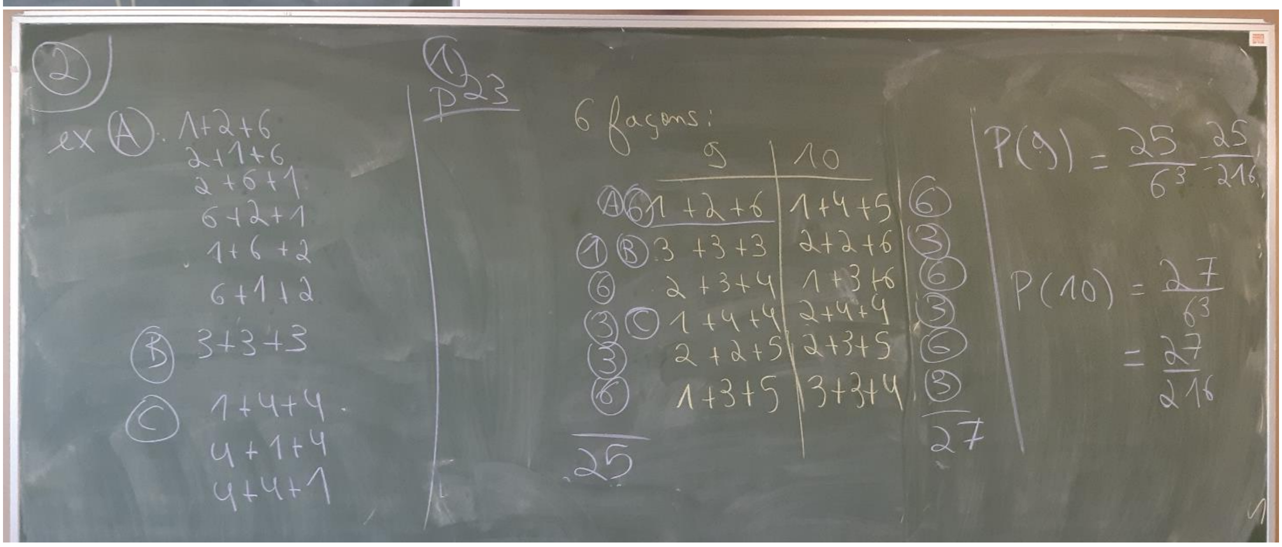

Etape 3
Il y a 6 combinaisons possibles pour 9 et 10
9
10
1 3+3+3
6 2+4+3
6 1+5+3
6 1+6+2
3 4+4+1
3 2+2+5
1+4+5 6
4+4+2 3
2+3+5 6
6+2+2 3
1+3+6 6
3+3+4 3
25
27


ex 2+4+3
2+4+3
2+3+4
3+2+4
3+4+2
4+2+3
4+3+2
ex 4+4+1
4+1+4
4+4+1
1+4+4
6×6×6
P(9) = 25/6³ = 25/216
= 0,1157
P(10) = 27/216 = 0,125

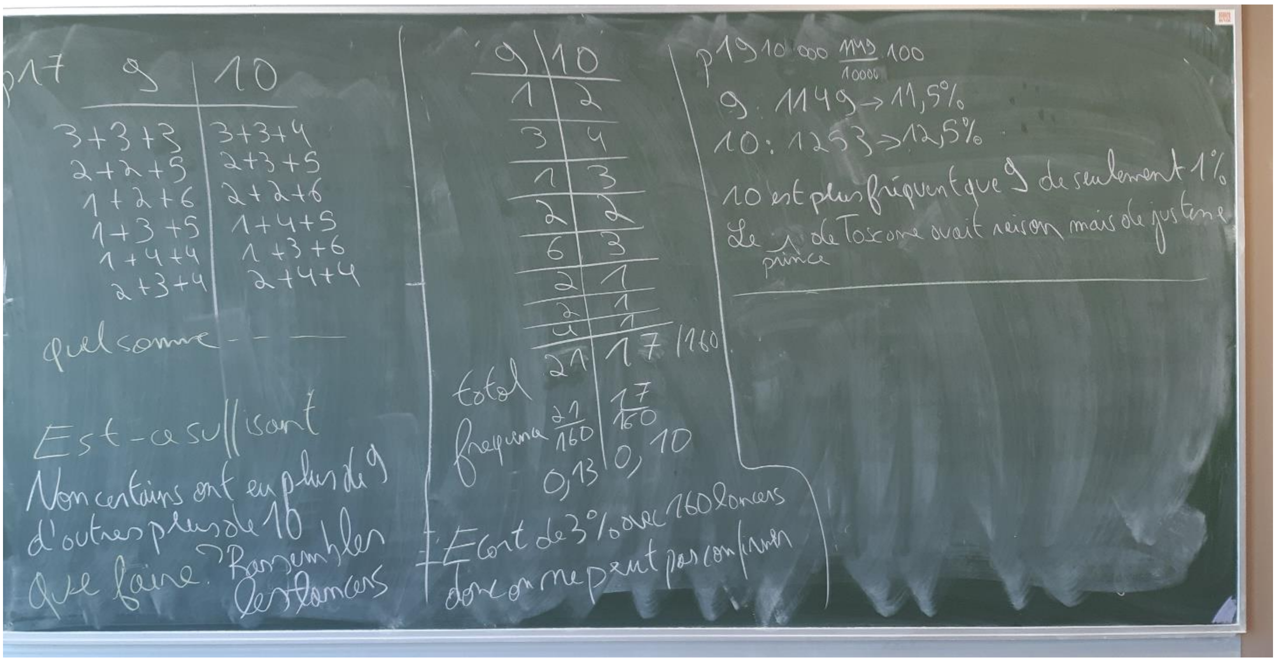
Groupe 6TQ1A :

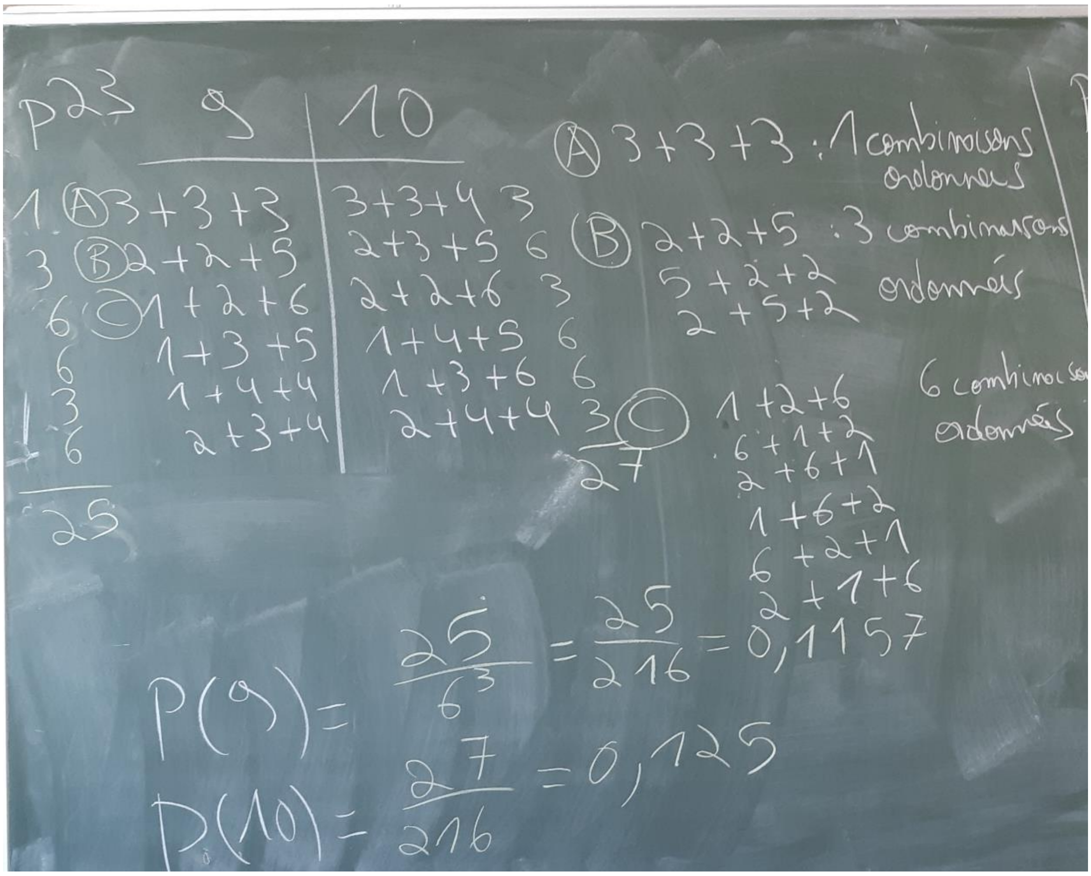




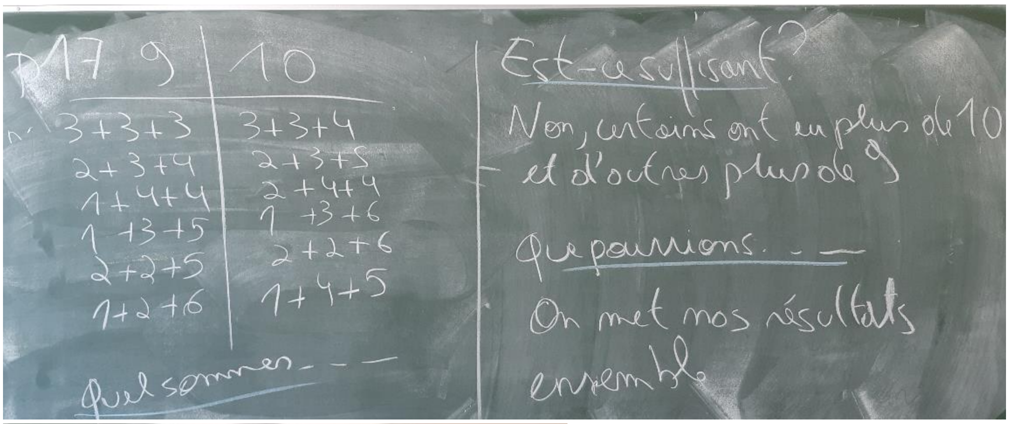


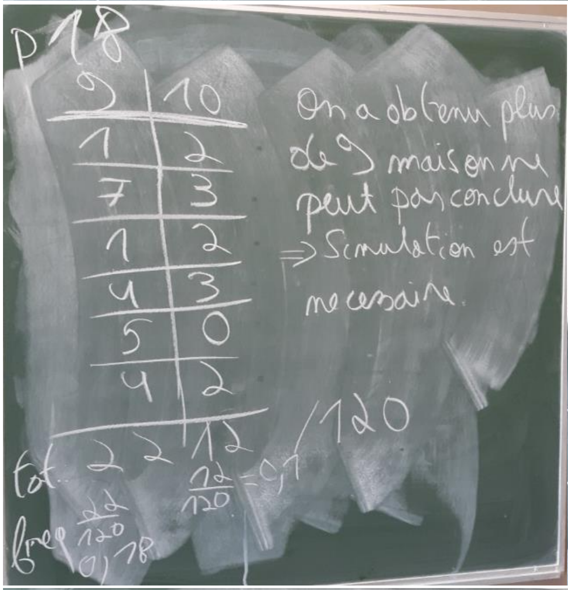
Groupe 6TQ1B :

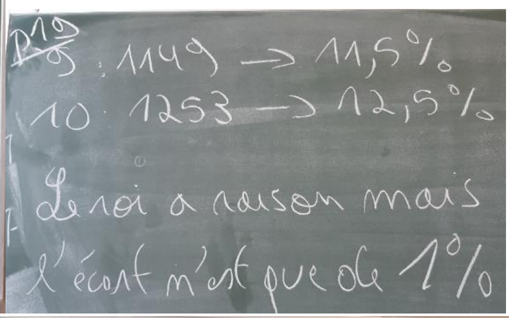


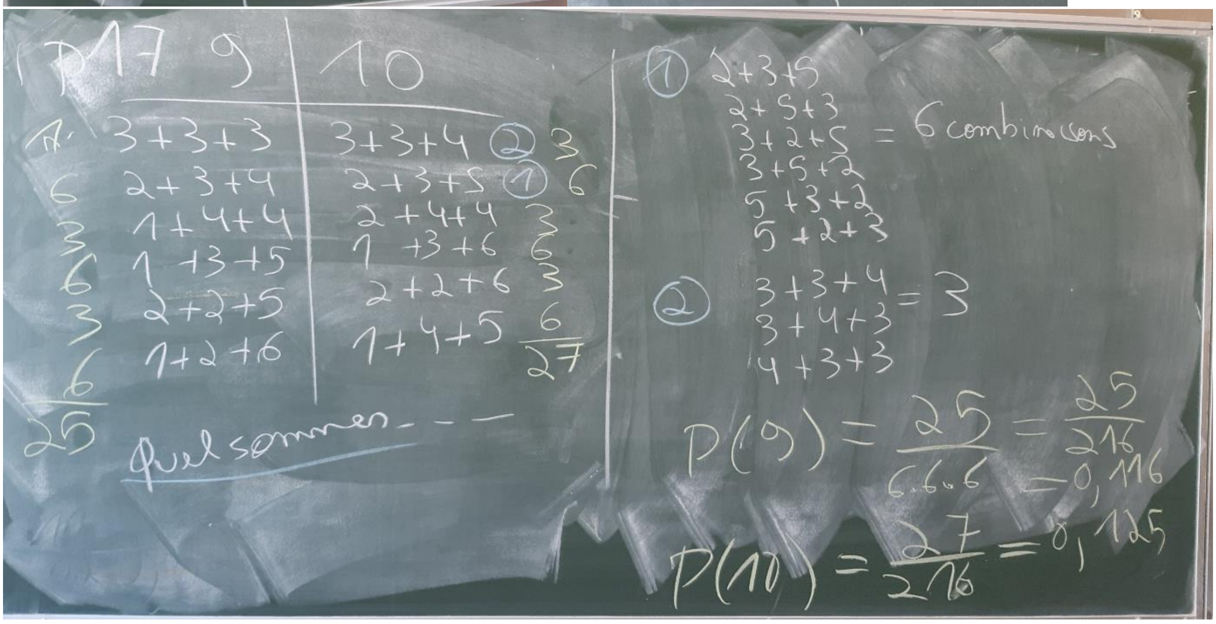


Groupe 6TQ2B :

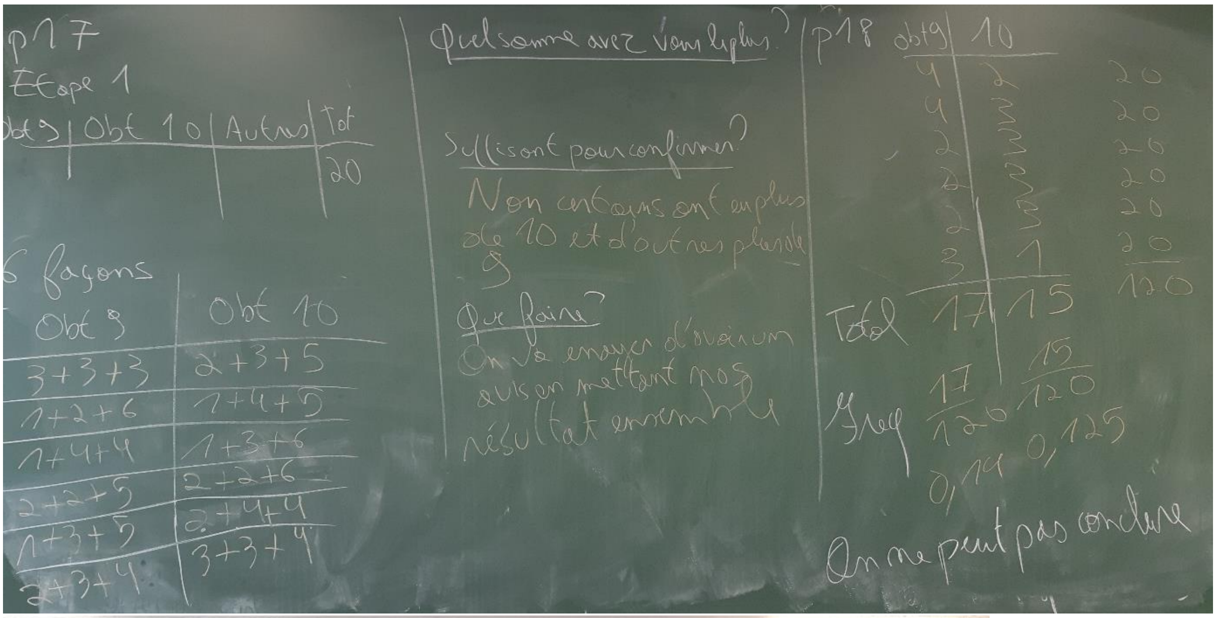


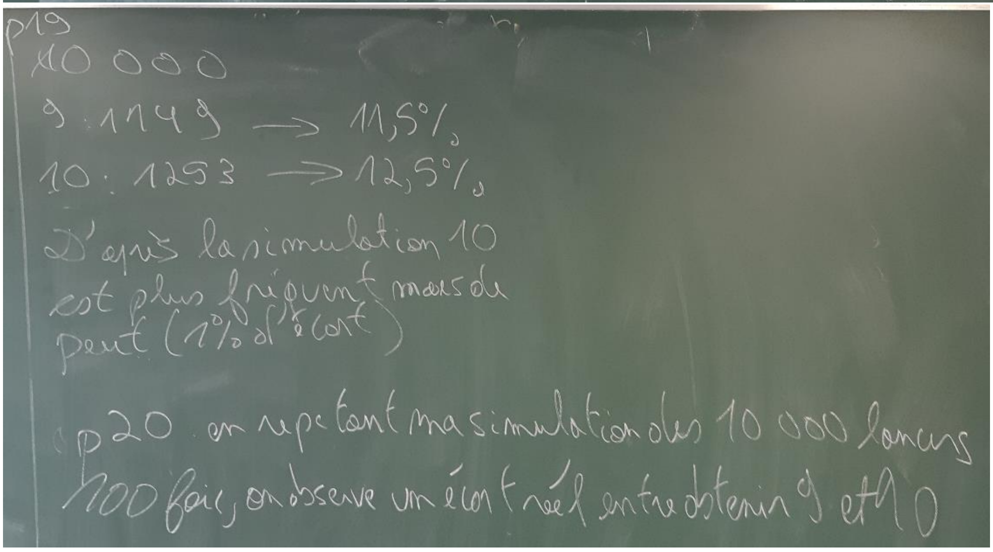


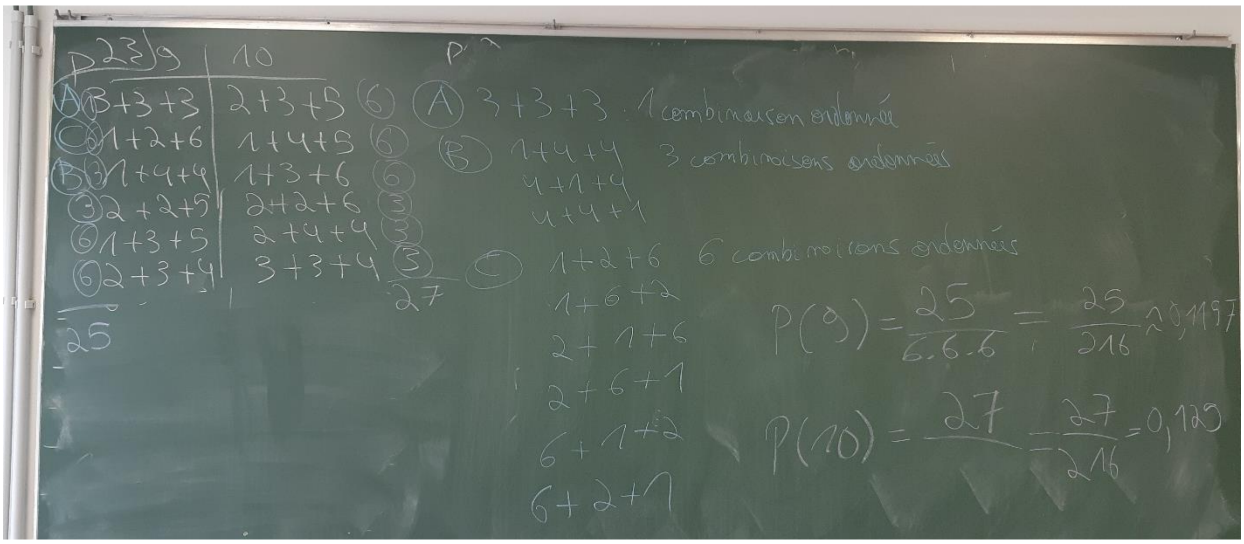




Groupe 7PCB :


p17
Etape 1
Obt 9 | Obt 10 | Autres | Tot
20
6 façons
Obt 9 | Obt 10
3+3+3 | 2+3+5
1+2+6 | 1+4+5
1+4+4 | 1+3+6
2+2+5 | 2+2+6
1+3+5 | 2+4+4
2+3+4 | 3+3+4
Quelle somme avez vous le plus ?
Suffisant pour confirmer ?
Non certains ont eu plus de 10 et d'autres plus de 9
Que faire ?
résultat ensemble
p18 obt 9 | 10
Total 17 | 15
120
Freq 17/120 | 15/120
0,14 | 0,125
On ne peut pas conclure


p19
10 000
9 : 1149 → 11,5%
10 : 1253 → 12,5%
D'après la simulation 10 est plus fréquent mais de peu (1% d'écart)
p20 en répétant ma simulation des 10 000 lancers 100 fois, on observe un écart réel entre obtenir 9 et 10


p23 9 | 10
3+3+3 | 2+3+5
1+2+6 | 1+4+5
1+4+4 | 1+3+6
2+2+5 | 2+2+6
1+3+5 | 2+4+4
2+3+4 | 3+3+4
25 | 27
A 3+3+3 : 1 combinaison ordonnée
B 1+4+4 3 combinaisons ordonnées
4+1+4
4+4+1
1+2+6 6 combinaisons ordonnées
1+6+2
2+1+6
2+6+1
6+1+2
6+2+1
P(9) = 25/6.6.6 = 25/216 ≈ 0,1157
P(10) = 27/216 = 0,125