

Etude du lancer de triple dés

Enoncé

Le prince de Toscane demanda un jour à Galilée : pourquoi lorsqu'on jette trois dés, obtient-on plus souvent la somme 10 que la somme 9, bien que ces deux sommes soient obtenues chacune de six façons différentes ?

L'observation du prince de Toscane est-elle vraie ? Et si oui, pourquoi ?

Etape 1 : Expérimentation

Lancez 20 fois 3 dés et notez combien de fois vous avez obtenu 9 et combien de fois vous avez obtenu 10 (nous supposons que tous les dés sont parfaitement équilibrés).

| Obtenir 9 | Obtenir 10 | Autres sommes | Total des lancers |
|-----------|------------|---------------|-------------------|
| | | | 20 |

Donnez les 6 façons d'obtenir 9 et les 6 façons d'obtenir 10 en lançant 3 dés.

| Obtenir 9 | Obtenir 10 |
|-----------|------------|
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |

Quelle somme avez-vous eu le plus ?

Est-ce que cela est suffisant pour confirmer ou infirmer les propos du prince de Toscane ?

Que pourrions-nous faire pour confirmer ou infirmer ?

Etape2 : Relevé des résultats de toute la classe :

| Elève | Obtenir 9 | Obtenir 10 | Total des lancers |
|-------------|-----------|------------|-------------------|
| 1 | | | 20 |
| 2 | | | |
| 3 | | | |
| 4 | | | |
| 5 | | | |
| 6 | | | |
| 7 | | | |
| 8 | | | |
| 9 | | | |
| 10 | | | |
| 11 | | | |
| 12 | | | |
| 13 | | | |
| 14 | | | |
| 15 | | | |
| 16 | | | |
| 17 | | | |
| 18 | | | |
| 19 | | | |
| 20 | | | |
| 21 | | | |
| 22 | | | |
| 23 | | | |
| 24 | | | |
| 25 | | | |
| Total : | | | |
| Fréquence : | | | |

Peut-on à présent émettre une hypothèse sur les fréquences d'obtenir 9 et 10?

Etape 3 : Simulations

Voici les résultats d'une simulation effectuant 10 000 lancers de triplets de dés :

Nombre de fois que j'ai obtenu une somme égale à 3: 45
Nombre de fois que j'ai obtenu une somme égale à 4: 158
Nombre de fois que j'ai obtenu une somme égale à 5: 243
Nombre de fois que j'ai obtenu une somme égale à 6: 495
Nombre de fois que j'ai obtenu une somme égale à 7: 672
Nombre de fois que j'ai obtenu une somme égale à 8: 946
Nombre de fois que j'ai obtenu une somme égale à 9: 1149
Nombre de fois que j'ai obtenu une somme égale à 10: 1253
Nombre de fois que j'ai obtenu une somme égale à 11: 1268
Nombre de fois que j'ai obtenu une somme égale à 12: 1168
Nombre de fois que j'ai obtenu une somme égale à 13: 965
Nombre de fois que j'ai obtenu une somme égale à 14: 666
Nombre de fois que j'ai obtenu une somme égale à 15: 507
Nombre de fois que j'ai obtenu une somme égale à 16: 292
Nombre de fois que j'ai obtenu une somme égale à 17: 128
Nombre de fois que j'ai obtenu une somme égale à 18: 45

Déterminez les fréquences d'obtention des sommes 9 et 10 :

Cependant, pouvons-nous faire confiance à cette simulation ? L'écart entre les fréquences de 9 et 10 est-il réel ou uniquement du au hasard. Pour régler ce problème, il suffit de répéter la simulation plusieurs fois pour observer si il y a réellement une différence entre ces deux fréquences.

Etape 4 : Comparaison des simulations

On a réalisé de 80 simulations de :

- 10 lancers de trois dés
- 100 lancers de trois dés
- 1000 lancers de trois dés
- 10000 lancers de trois dés

Pour chaque simulation on a calculé uniquement les fréquences d'observer les sommes égales à 9 et à 10. En annexe B, vous trouverez les différentes fréquences des simulations (en écriture décimale et en pourcentage) ¹

Comparer les résultats des 4 types de simulations (10, 100, 1000 et 10000 lancers), en dessinant les boîtes à moustaches des fréquences d'obtention de 9 et 10 pour chacune des simulations.

La simulation réalisée précédemment à l'étape 3 peut-elle être considérée comme fiable ?

A partir de combien de lancers des trois dés peut-on considérer qu'une simulation est fiable ?

Etape 5 : Approche théorique

Nous avons constaté que l'expérimentation ne nous permet pas de conclure sur la question du prince de Toscane à partir des fréquences d'observation de 9 et 10. Cependant, les simulations montrent une plus grande fréquence de la somme égale à 10 par rapport à celle égale à 9 lorsque le nombre de lancers devient très grand (au-delà de 1000, la largeur des boîtes à moustaches devient suffisamment petite pour observer une différence dans les fréquences de « 9 » et de « 10 »).

Comment peux-tu expliquer cette prévision sur base de la symétrie des dés ?

¹ En annexe A, vous trouverez le code python

Annexe :

A. Code python :

```
import random # importation du module de création de nombre aléatoire

Nbr_Lancer = int(input("combien de lancers par simulation?"))
nbr_simulation=int(input("combien de simulations?"))
Somme1=int(input("Veillez donner la première somme des trois dés que vous souhaitez étudier"))
Somme2=int(input("Veillez donner la deuxième somme des trois dés que vous souhaitez étudier"))

def resultatSomme3Des ():
    Des1 = random.randint(1, 6)
    Des2 = random.randint(1, 6)
    Des3 = random.randint(1, 6)
    Somme = Des1 + Des2 + Des3
    return Somme

def obtenirSomme3Des(NombreSouhaite1, NombreSouhaite2):
    Resultat = 0
    Compteur1=0
    Compteur2=0
    if NombreSouhaite1 == NombreSouhaite2:
        print("le deux nombres doivent être différent")
    else:
        for j in range (Nbr_Lancer): #par simulation je fais tout mes lancers
            #Je lance à chaque fois trois dés dont j'additionne les valeurs
            Resultat = resultatSomme3Des ()
            if Resultat ==NombreSouhaite1:#je compte combien de fois j'obtiens la première somme voulue
                Compteur1 = Compteur1 + 1
            if Resultat ==NombreSouhaite2:#je compte combien de fois j'obtiens la première somme voulue
                Compteur2 = Compteur2 + 1
            print (Compteur1/Nbr_Lancer,',';end = '')
            print (Compteur2/Nbr_Lancer)
            #à chaque simulation j'imprime la fréquence d'avoir obtenu la somme en question.
            #Les impressions se font les unes à coté des autres pour obtenir un fichier utilisable par excel

for i in range (nbr_simulation):
    obtenirSomme3Des(Somme1,Somme2)
```


80 simulations de 1000 lancers :

| 1000 lancers | | | |
|--------------|-------|------|-------|
| fréquences | | % | |
| Obtg | Obt10 | Obtg | Obt10 |
| 0,091 | 0,102 | 9,1 | 10,2 |
| 0,093 | 0,108 | 9,3 | 10,8 |
| 0,093 | 0,109 | 9,3 | 10,9 |
| 0,094 | 0,11 | 9,4 | 11 |
| 0,097 | 0,112 | 9,7 | 11,2 |
| 0,098 | 0,112 | 9,8 | 11,2 |
| 0,1 | 0,112 | 10 | 11,2 |
| 0,101 | 0,114 | 10,1 | 11,4 |
| 0,101 | 0,114 | 10,1 | 11,4 |
| 0,101 | 0,114 | 10,1 | 11,4 |
| 0,101 | 0,116 | 10,1 | 11,6 |
| 0,102 | 0,116 | 10,2 | 11,6 |
| 0,104 | 0,116 | 10,4 | 11,6 |
| 0,104 | 0,117 | 10,4 | 11,7 |
| 0,105 | 0,117 | 10,5 | 11,7 |
| 0,105 | 0,117 | 10,5 | 11,7 |
| 0,105 | 0,118 | 10,5 | 11,8 |
| 0,106 | 0,118 | 10,6 | 11,8 |
| 0,106 | 0,119 | 10,6 | 11,9 |
| 0,106 | 0,119 | 10,6 | 11,9 |
| 0,107 | 0,12 | 10,7 | 12 |
| 0,107 | 0,121 | 10,7 | 12,1 |
| 0,107 | 0,121 | 10,7 | 12,1 |
| 0,108 | 0,121 | 10,8 | 12,1 |
| 0,109 | 0,121 | 10,9 | 12,1 |
| 0,109 | 0,122 | 10,9 | 12,2 |
| 0,109 | 0,122 | 10,9 | 12,2 |
| 0,109 | 0,122 | 10,9 | 12,2 |
| 0,11 | 0,122 | 11 | 12,2 |
| 0,11 | 0,122 | 11 | 12,2 |
| 0,11 | 0,123 | 11 | 12,3 |
| 0,11 | 0,123 | 11 | 12,3 |
| 0,111 | 0,123 | 11,1 | 12,3 |
| 0,112 | 0,124 | 11,2 | 12,4 |
| 0,112 | 0,125 | 11,2 | 12,5 |
| 0,112 | 0,125 | 11,2 | 12,5 |
| 0,112 | 0,125 | 11,2 | 12,5 |
| 0,112 | 0,125 | 11,2 | 12,5 |
| 0,113 | 0,126 | 11,3 | 12,6 |

| | | | |
|-------|-------|------|------|
| 0,113 | 0,127 | 11,3 | 12,7 |
| 0,114 | 0,127 | 11,4 | 12,7 |
| 0,114 | 0,127 | 11,4 | 12,7 |
| 0,114 | 0,127 | 11,4 | 12,7 |
| 0,114 | 0,128 | 11,4 | 12,8 |
| 0,114 | 0,128 | 11,4 | 12,8 |
| 0,114 | 0,128 | 11,4 | 12,8 |
| 0,114 | 0,128 | 11,4 | 12,8 |
| 0,116 | 0,129 | 11,6 | 12,9 |
| 0,116 | 0,129 | 11,6 | 12,9 |
| 0,116 | 0,129 | 11,6 | 12,9 |
| 0,117 | 0,129 | 11,7 | 12,9 |
| 0,117 | 0,13 | 11,7 | 13 |
| 0,118 | 0,13 | 11,8 | 13 |
| 0,118 | 0,13 | 11,8 | 13 |
| 0,118 | 0,132 | 11,8 | 13,2 |
| 0,118 | 0,133 | 11,8 | 13,3 |
| 0,119 | 0,133 | 11,9 | 13,3 |
| 0,119 | 0,133 | 11,9 | 13,3 |
| 0,119 | 0,133 | 11,9 | 13,3 |
| 0,12 | 0,134 | 12 | 13,4 |
| 0,121 | 0,134 | 12,1 | 13,4 |
| 0,121 | 0,134 | 12,1 | 13,4 |
| 0,122 | 0,135 | 12,2 | 13,5 |
| 0,123 | 0,135 | 12,3 | 13,5 |
| 0,123 | 0,136 | 12,3 | 13,6 |
| 0,124 | 0,136 | 12,4 | 13,6 |
| 0,124 | 0,137 | 12,4 | 13,7 |
| 0,124 | 0,137 | 12,4 | 13,7 |
| 0,125 | 0,138 | 12,5 | 13,8 |
| 0,125 | 0,138 | 12,5 | 13,8 |
| 0,125 | 0,138 | 12,5 | 13,8 |
| 0,125 | 0,138 | 12,5 | 13,8 |
| 0,125 | 0,14 | 12,5 | 14 |
| 0,128 | 0,14 | 12,8 | 14 |
| 0,129 | 0,144 | 12,9 | 14,4 |
| 0,13 | 0,146 | 13 | 14,6 |
| 0,131 | 0,147 | 13,1 | 14,7 |
| 0,132 | 0,148 | 13,2 | 14,8 |
| 0,134 | 0,149 | 13,4 | 14,9 |
| 0,14 | 0,151 | 14 | 15,1 |

80 simulations de 10000 lancers :

| 10 000 lancers | | | |
|----------------|--------|-------|-------|
| fréquences | | % | |
| Obt9 | Obt10 | Obt9 | Obt10 |
| 0,1053 | 0,1178 | 10,53 | 11,78 |
| 0,1095 | 0,1183 | 10,95 | 11,83 |
| 0,1103 | 0,1185 | 11,03 | 11,85 |
| 0,1104 | 0,1189 | 11,04 | 11,89 |
| 0,1104 | 0,1195 | 11,04 | 11,95 |
| 0,1108 | 0,12 | 11,08 | 12 |
| 0,111 | 0,1203 | 11,1 | 12,03 |
| 0,1115 | 0,1205 | 11,15 | 12,05 |
| 0,112 | 0,1206 | 11,2 | 12,06 |
| 0,1122 | 0,121 | 11,22 | 12,1 |
| 0,1123 | 0,1211 | 11,23 | 12,11 |
| 0,1124 | 0,1213 | 11,24 | 12,13 |
| 0,1124 | 0,1214 | 11,24 | 12,14 |
| 0,1124 | 0,1217 | 11,24 | 12,17 |
| 0,1124 | 0,1218 | 11,24 | 12,18 |
| 0,1126 | 0,1219 | 11,26 | 12,19 |
| 0,1126 | 0,122 | 11,26 | 12,2 |
| 0,1128 | 0,1223 | 11,28 | 12,23 |
| 0,1129 | 0,1224 | 11,29 | 12,24 |
| 0,113 | 0,1229 | 11,3 | 12,29 |
| 0,1131 | 0,1229 | 11,31 | 12,29 |
| 0,1132 | 0,1229 | 11,32 | 12,29 |
| 0,1132 | 0,123 | 11,32 | 12,3 |
| 0,1133 | 0,1233 | 11,33 | 12,33 |
| 0,1137 | 0,1235 | 11,37 | 12,35 |
| 0,114 | 0,1235 | 11,4 | 12,35 |
| 0,1141 | 0,1236 | 11,41 | 12,36 |
| 0,1142 | 0,1238 | 11,42 | 12,38 |
| 0,1142 | 0,1238 | 11,42 | 12,38 |
| 0,1142 | 0,124 | 11,42 | 12,4 |
| 0,1145 | 0,124 | 11,45 | 12,4 |
| 0,1146 | 0,1242 | 11,46 | 12,42 |
| 0,1147 | 0,1244 | 11,47 | 12,44 |
| 0,1147 | 0,1244 | 11,47 | 12,44 |
| 0,1148 | 0,1245 | 11,48 | 12,45 |
| 0,1149 | 0,1245 | 11,49 | 12,45 |
| 0,115 | 0,1246 | 11,5 | 12,46 |
| 0,115 | 0,1247 | 11,5 | 12,47 |
| 0,115 | 0,1249 | 11,5 | 12,49 |

| | | | |
|--------|--------|-------|-------|
| 0,1154 | 0,125 | 11,54 | 12,5 |
| 0,1158 | 0,1251 | 11,58 | 12,51 |
| 0,1159 | 0,1251 | 11,59 | 12,51 |
| 0,1159 | 0,1252 | 11,59 | 12,52 |
| 0,116 | 0,1253 | 11,6 | 12,53 |
| 0,1164 | 0,1254 | 11,64 | 12,54 |
| 0,1165 | 0,1256 | 11,65 | 12,56 |
| 0,1166 | 0,1258 | 11,66 | 12,58 |
| 0,117 | 0,126 | 11,7 | 12,6 |
| 0,1171 | 0,1262 | 11,71 | 12,62 |
| 0,1172 | 0,1263 | 11,72 | 12,63 |
| 0,1172 | 0,1269 | 11,72 | 12,69 |
| 0,1172 | 0,127 | 11,72 | 12,7 |
| 0,1172 | 0,127 | 11,72 | 12,7 |
| 0,1173 | 0,1271 | 11,73 | 12,71 |
| 0,1173 | 0,1271 | 11,73 | 12,71 |
| 0,1175 | 0,1273 | 11,75 | 12,73 |
| 0,1175 | 0,1273 | 11,75 | 12,73 |
| 0,1177 | 0,1274 | 11,77 | 12,74 |
| 0,1178 | 0,1276 | 11,78 | 12,76 |
| 0,1178 | 0,1278 | 11,78 | 12,78 |
| 0,1179 | 0,128 | 11,79 | 12,8 |
| 0,118 | 0,1281 | 11,8 | 12,81 |
| 0,1182 | 0,1281 | 11,82 | 12,81 |
| 0,1182 | 0,1282 | 11,82 | 12,82 |
| 0,1183 | 0,1283 | 11,83 | 12,83 |
| 0,1183 | 0,1284 | 11,83 | 12,84 |
| 0,1185 | 0,1284 | 11,85 | 12,84 |
| 0,1188 | 0,1285 | 11,88 | 12,85 |
| 0,1189 | 0,1289 | 11,89 | 12,89 |
| 0,1191 | 0,1289 | 11,91 | 12,89 |
| 0,1191 | 0,1294 | 11,91 | 12,94 |
| 0,1196 | 0,13 | 11,96 | 13 |
| 0,1196 | 0,13 | 11,96 | 13 |
| 0,1198 | 0,1301 | 11,98 | 13,01 |
| 0,1198 | 0,1303 | 11,98 | 13,03 |
| 0,1201 | 0,1308 | 12,01 | 13,08 |
| 0,1207 | 0,1311 | 12,07 | 13,11 |
| 0,1218 | 0,1318 | 12,18 | 13,18 |
| 0,122 | 0,1328 | 12,2 | 13,28 |
| 0,1227 | 0,1331 | 12,27 | 13,31 |